

# ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

УДК 621.618

DOI 10.21685/2307-5538-2018-3-7

*А. А. Одиноков, Е. С. Дементьева, Э. В. Карпукhin*

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ SDN-СЕТЕЙ ДЛЯ LU-ФАКТОРИЗАЦИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ УРОВНЕМЕРОВ

*A. A. Odinokov, E. S. Dementeva, E. V. Karpukhin*

### USING SDN NETWORKS FOR LU-FACTORIZATION OF THE SYSTEM OF MAGNETIC FIELD EQUATIONS OF MAGNETOSTRICTIVE CONVERTERS OF LEVELS

**А н н о т а ц и я. Актуальность и цели.** Рассмотрена задача расчета магнитных полей магнитострикционных преобразователей (МП), в частности магнитострикционных преобразователей уровня численными методами с применением SDN-сетей. **Материалы и методы.** Подобные расчеты приводят к необходимости численного решения систем линейных алгебраических уравнений с большим числом неизвестных. При этом значительно упростить и повысить эффективность решения можно путем предварительной LU-факторизации матрицы коэффициентов системы. Существующие алгоритмы LU-факторизации обладают рядом недостатков и не могут быть эффективно использованы для расчета магнитных полей МП. **Результаты.** Описано применение модифицированного алгоритма LU-факторизации, рассчитанного на работу в SDN-сети, и показана его эффективность. **Выводы.** Предложенный алгоритм характеризуется простотой, универсальностью и может быть легко модифицирован для исследования других измерительных устройств, где передача информации осуществляется посредством параметров магнитного поля.

**A b s t r a c t. Background.** In this paper, we consider the problem of calculating the magnetic fields of magnetostrictive transducers (MPs), in particular magnetostrictive level converters, using numerical methods using SDN-networks. **Materials and methods.** Such calculations lead to the need for a numerical solution of systems of linear algebraic equations with a large number of unknowns. In this case, it is possible to significantly simplify and improve the efficiency of the solution by preliminary LU-factorization of the coefficient matrix of the system. The existing LU-factorization algorithms have a number of shortcomings and can not be effectively used to calculate the magnetic field of an MP. **Results.** The article describes the application of the modified LU-factorization algorithm, designed to work in the SDN-network and shows its effectiveness. **Conclusions.** The proposed algorithm is characterized by simplicity, versatility and can be easily modified for the study of other measuring devices, where information transfer is carried out by means of magnetic field parameters.

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** магнитные поля, LU-факторизация, численные методы, SDN-сети.

**К e y w o r d s:** numerical methods, LU-factorization, magnetic fields, SDN-networks.

### Введение

Как известно [1–4], при расчете магнитных полей магнитоотрицательных приборов (МП), в том числе магнитоотрицательных преобразователей уровня, возникает задача численного решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с большим числом неизвестных.

Весьма существенным способом повышения эффективности всех численных методов решения СЛАУ является предобуславливание матрицы коэффициентов системы.

Одним из самых простых и распространенных способов предобуславливания является разложение матрицы на множители или LU-факторизация [3]. Однако в классическом варианте этот алгоритм плохо пригоден для работы с разреженными матрицами, коей является матрица коэффициентов системы уравнений магнитного поля МП. Поэтому для применения необходима его модификация, освобождающая метод от этого недостатка. Другим подходом к повышению эффективности является использование архитектуры SDN.

Концепция программно-определяемой (software defined) ИТ-инфраструктуры была сформулирована в конце прошлого десятилетия как логическое развитие технологий виртуализации. Ключевая идея – максимальное отделение логического слоя от физических устройств и автоматизация программирования сетевой логики. Если при традиционном подходе обычно используют множество разных устройств (коммутаторы, маршрутизаторы, межсетевые экраны и т.п.), каждое из которых нужно настраивать отдельно, то в случае SDN управление сетевой инфраструктурой сводится к централизованному созданию правил и шаблонов политик, определяющих логику обработки и передачи трафика для всей сети [5]. Применение этой концепции для реорганизации имеющейся вычислительной сети облегчает ее настройку и позволяет существенно повысить производительность, что делает возможным реализацию алгоритмов LU-факторизации на основе обычных ЭВМ средней мощности.

В настоящей работе рассмотрим модифицированный алгоритм LU-факторизации с применением метода вращения реализованного в вычислительной сети архитектуры SDN и оценим его эффективность.

### Постановка задачи

В качестве исследуемой схемы для проведения моделирования и реализации алгоритма LU-факторизации выберем МП уровня, структурная схема которого показана на рис. 1, и рассмотрим ее горизонтальное сечение на высоте  $h_x$  [4].

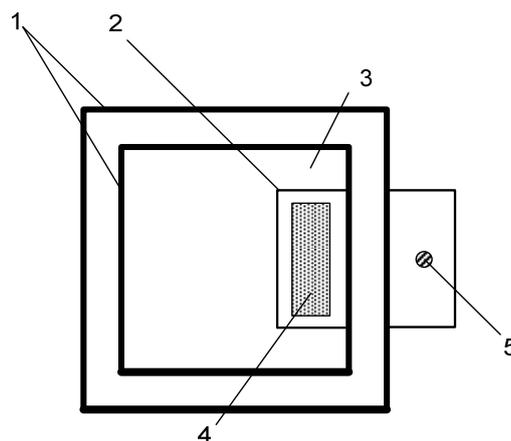


Рис. 1. Структурная схема МП:

- 1 – резервуар с немагнитной стенкой  $S$ ; 2 – поплавок с постоянным магнитом 4;  
3 – контролируемая агрессивная среда; 5 – магнитоотрицательный звукопровод

В качестве материала немагнитной стенки резервуара 1 может использоваться любой материал с магнитной проницаемостью  $\mu \approx 1$ , например немагнитная сталь Н24Х2 или сплав К40НХМ, покрытый полимером для снижения коррозионного воздействия агрессивной среды 3.

Корпус поплавка 4 с постоянным магнитом М, как правило, изготавливается в форме параллелепипеда или цилиндра из тех же марок стали, что и резервуар 1. При моделировании будем считать габариты поплавка 4 следующими: длина – 0,075–0,127 м, ширина – 0,075–0,09 м, высота – 0,05–0,015 м. Постоянный магнит поплавка 4 можно выбрать изготовленным из литого сплава ЮНДК, так как современная промышленность выпускает магниты из этого сплава разнообразных форм и размеров. Это позволит по результатам моделирования подобрать реальный магнит нужного размера и формы с коэрцитивной силой  $H_c = 40 - 200$  кА/м.

Ориентируясь на параметры известных материалов, рассчитанных на применение в МП, составим математическую модель магнитного поля постоянного магнита поплавка 4 равномерера.

Известно [6–10], что функционирование такого МП происходит посредством взаимодействия магнитных полей, расчет которых сводится к решению СЛАУ численными методами.

Рассмотрим СЛАУ с основной матрицей коэффициентов А. В простейшем случае матрица А представляется в виде произведения

$$A = L_A U_A, \quad (1)$$

где  $L_A$  и  $U_A$  – некоторые ниже- и верхнетреугольные матрицы соответственно.

Однако, как известно [3], подобное разложение приводит к заполнению портрета, т.е. появлению в матрицах  $L_A$  и  $U_A$  значительного числа ненулевых элементов, что усложняет расчет и приводит к резкому увеличению объема памяти ЭВМ, требуемой для хранения матриц.

Сохранение разреженности сомножителей может быть достигнуто модификацией алгоритма факторизации. Существующие алгоритмы факторизации при решении СЛАУ магнитного поля большинства МП из-за особенностей последних зачастую оказываются малоэффективными и требуют модификации. Рассмотрим возможные пути реализации такого подхода в составе сети на базе архитектуры SDN.

#### Методы испытаний

Так, если искать разложение матрицы А в виде

$$A = LU + R, \quad (2)$$

тогда для нахождения матриц  $L$  и  $U$  можно использовать следующий подход. Предположим, что первые  $(k-1)$  уже найдены и необходимо найти  $k$ -ю. С этой целью запишем в блочном виде первые  $k$  строк разложения (2) [2]:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ a_{21}^T & a_{22}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 \\ l_{21}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & u_{22}^T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ r_{21}^T & r_{22}^T \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $l_{21}$ ,  $u_{22}$ ,  $r_{21}$  и  $r_{22}$  – некоторые векторы.

Выполняя умножение в правой части (3), получим

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ a_{21}^T & a_{22}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11}U_{11} + R_{11} & L_{11}U_{12} + R_{12} \\ l_{21}^T U_{11} + r_{21}^T & l_{21}^T U_{12} + u_{22}^T + r_{22}^T \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Из равенства матриц в (4) следует, что искомые векторы  $l_{21}$  и  $u_{22}$  должны определяться по формулам

$$l_{21}^T U_{11} + r_{21}^T = a_{21}^T; \quad (5)$$

$$u_{22}^T + r_{22}^T = a_{22}^T - l_{21}^T U_{12}. \quad (6)$$

Учитывая, что  $l_{kk} = 1$ , решив эти системы, определим коэффициенты  $k$ -х строк матриц разложения  $l_{k1}, \dots, l_{k,k-1}, u_{kk}, \dots, u_{kn}$ .

Теперь, полагая, что  $l_{k1}, \dots, l_{k,j-1}$  уже найдены, рассчитаем из (5) значение  $l_{kj}$ . Это возможно, поскольку для коэффициентов нижнетреугольной матрицы  $L$  всегда выполняется  $j < k$ . Так как если  $a_{kj} = 0$ , то это означает, что и  $l_{kj} = 0$ , а в противном случае  $r_{kj} = 0$ , (5)

можно переписать в виде (с учетом того, что для  $i > j$  все элементы верхнетреугольной матрицы  $U$  равны нулю):

$$\sum_{i=1}^j l_{ki} u_{ij} = \sum_{i=1}^{j-1} l_{ki} u_{ij} + l_{kj} u_{jj} = a_{kj}. \quad (7)$$

Тогда  $l_{kj}$  вычисляется следующим образом:

$$l_{kj} = \frac{1}{u_{jj}} \left( a_{kj} - \sum_{i=1}^{j-1} l_{ki} u_{ij} \right). \quad (7)$$

Аналогично, с учетом  $l_{jj} = 1$  из (6) находим  $u_{kj}$  (при этом считаем, что для  $i > k$  элементы нижнетреугольной матрицы  $L$  равны нулю):

$$u_{kj} = a_{kj} - \sum_{i=1}^{k-1} l_{ki} u_{ij}. \quad (8)$$

Равенство (8) справедливо для тех случаев, когда  $a_{kj} \neq 0$ , иначе это влечет сразу  $u_{kj} = 0$ .

На основании полученных выражений (7), (8) можно предложить следующий модифицированный алгоритм LU-факторизации (рис. 2).

Для  $k = \overline{1, n}$   
 Для  $j = \overline{1, k-1}$   
 Если  $(k, j) \notin P_A$   
 то  $l_{kj} := 0$   
 иначе  $l_{kj} := \frac{1}{u_{jj}} \left( a_{kj} - \sum_{i=1}^{j-1} l_{ki} u_{ij} \right)$   
 увеличить  $j$   
 $l_{kk} := 1$   
 Для  $j = \overline{k, n}$   
 Если  $(k, j) \notin P_A$   
 то  $u_{kj} := 0$   
 иначе  $u_{kj} := a_{kj} - \sum_{i=1}^{k-1} l_{ki} u_{ij}$   
 увеличить  $j$   
 увеличить  $k$

Рис. 2. Модифицированный алгоритм LU-факторизации

В результате работы этого алгоритма над исходной матрицей  $A$  коэффициентов системы уравнений МП будет получена матрица LU, удовлетворяющая всем требованиям, предъявляемым к матрице предобусловливателя. Действительно, полученная матрица будет близка к исходной  $A$ , так как точно воспроизводит ее на множестве индексов  $P_A$ , является легко вычислимой по алгоритму на рис. 2 и легко обратимой в силу того, что является произведением двух треугольных матриц [1].

Таким образом, использование предобусловливания в соответствии с алгоритмом на рис. 2 совместно с модифицированным методом Ричардсона, описанном например в [2], позволит существенно повысить эффективность расчета магнитного поля МП за счет снижения числа итераций и повышения точности результата. Оценим эффективность методики предобусловливания путем подсчета числа итераций, необходимых для достижения заданной точности  $\varepsilon$ . Для этого решим задачу на ЭВМ модифицированным методом Ричардсона с выполнением предобусловливания и без него. Выполнение всех вычислительных алгоритмов будет осуществляться на ЭВМ, объединенных в SDN-сеть, что обеспечит их реализацию с наименьшими временными затратами.

### Результаты вычислительного эксперимента и их обсуждение

В ходе вычислительного эксперимента расчета магнитных полей исследуемого МП были получены их основные характеристики. Так, зависимость магнитного потока в рабочем зазоре от ширины немагнитной стенки  $S$  резервуара при использовании различных материалов постоянного магнита изображена на рис. 3.

Анализ результатов моделирования (рис. 3–6) показывает незначительное (менее 0,2 мВб) изменение магнитного потока  $\Phi_p$  при увеличении ширины  $S$  немагнитной стенки резервуара на 0,1 м. В то же время эквивалентное магнитное сопротивление  $r$  магнитной цепи МП при том же увеличении ширины  $S$  немагнитной стенки составляет  $\sim 30$  А/Вб.

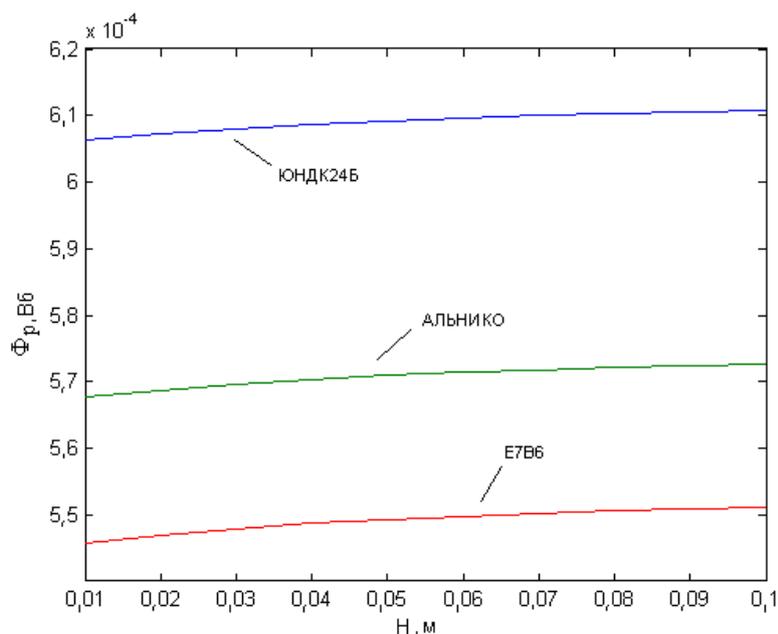


Рис. 3. Зависимость магнитного потока от ширины немагнитной стенки резервуара

Исследование результирующего магнитного поля МП при различной ширине рабочего зазора  $a$ , зависимости напряженности которого показаны на рис. 4, позволяет оценить эффективность работы преобразователя в целом.

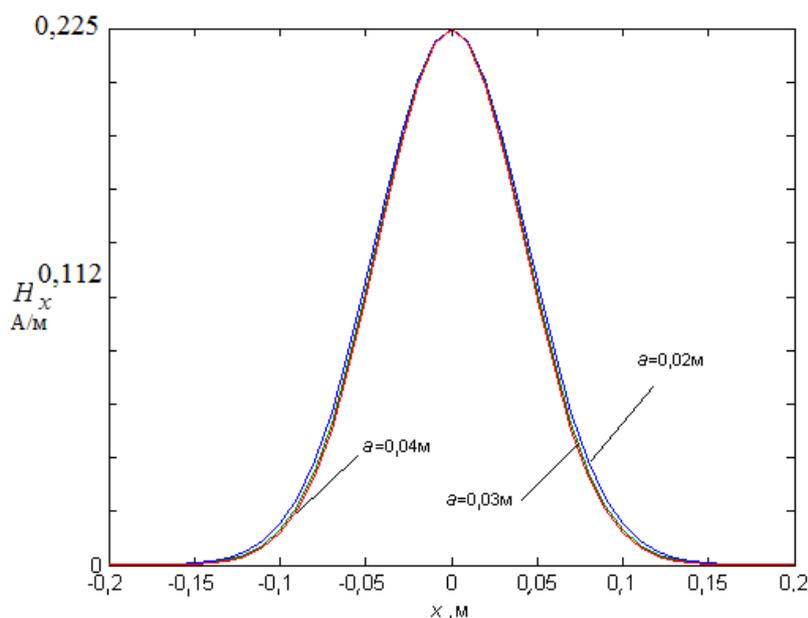


Рис. 4. Зависимость напряженности магнитного поля МП от координаты

Сопоставление полученных данных с результатами моделирования магнитного поля МП в системе ELCUT (рис. 5) позволяет также сделать вывод об адекватности полученных результатов.

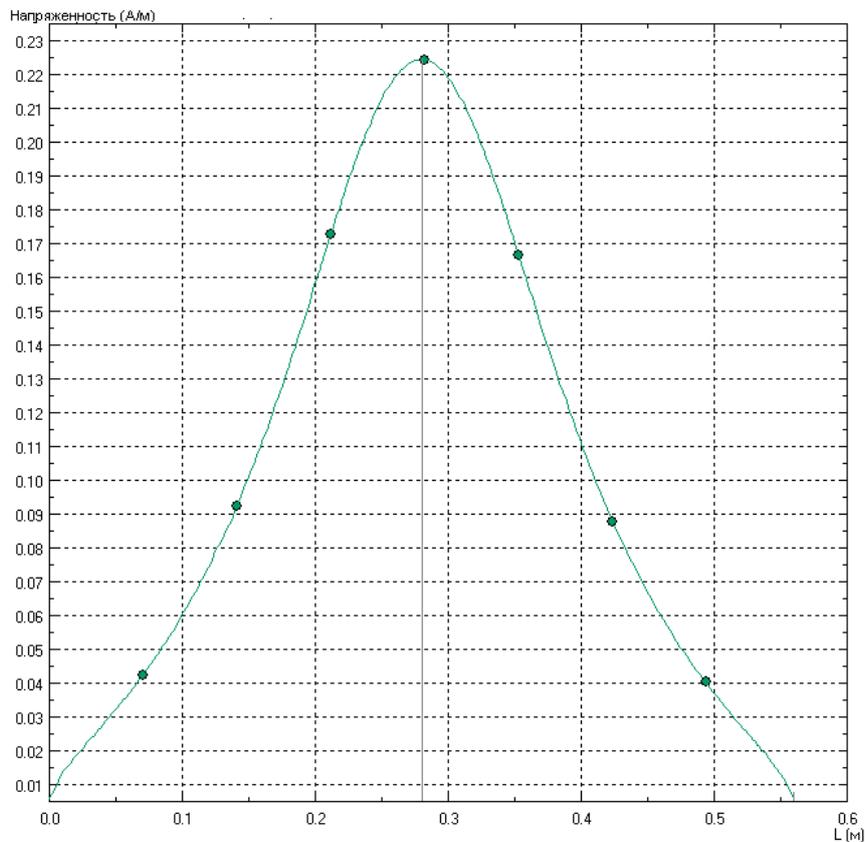


Рис. 5. Моделирование магнитного поля МП в системе ELCUT

Результаты моделирования магнитного поля МП в зависимости от ширины немагнитной стенки изображены на рис. 6.

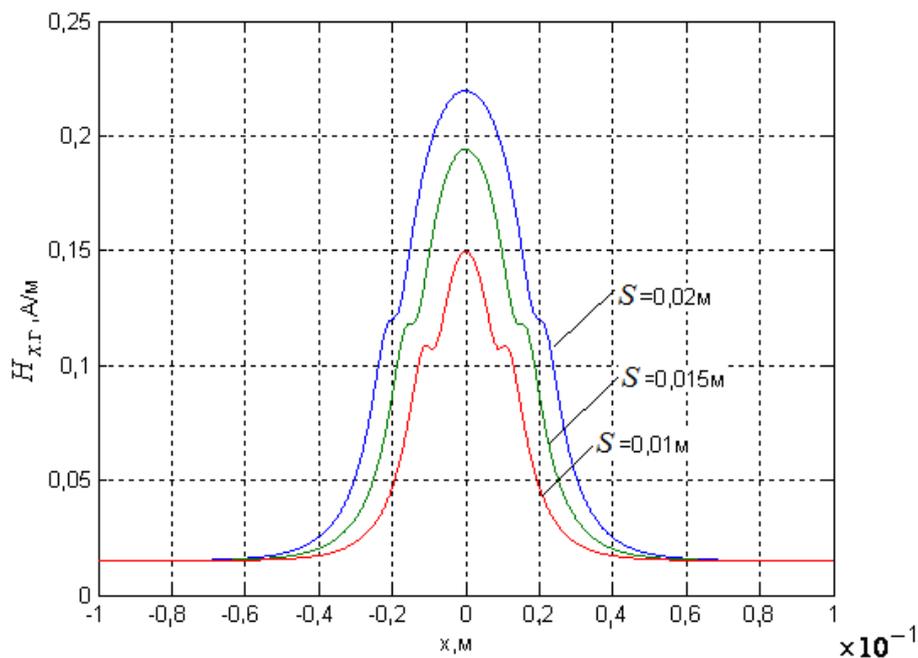


Рис. 6. Исследование влияния ширины немагнитной стенки S на напряженность магнитного поля МП

Анализ этих данных показывает, что для уверенного считывания информации электроакустическим преобразователем МП достаточно выбрать немагнитную стенку шириной  $S > 0,01$  м. При этом сигналы на информационном выходе МП будут иметь вид, показанный на рис. 7.

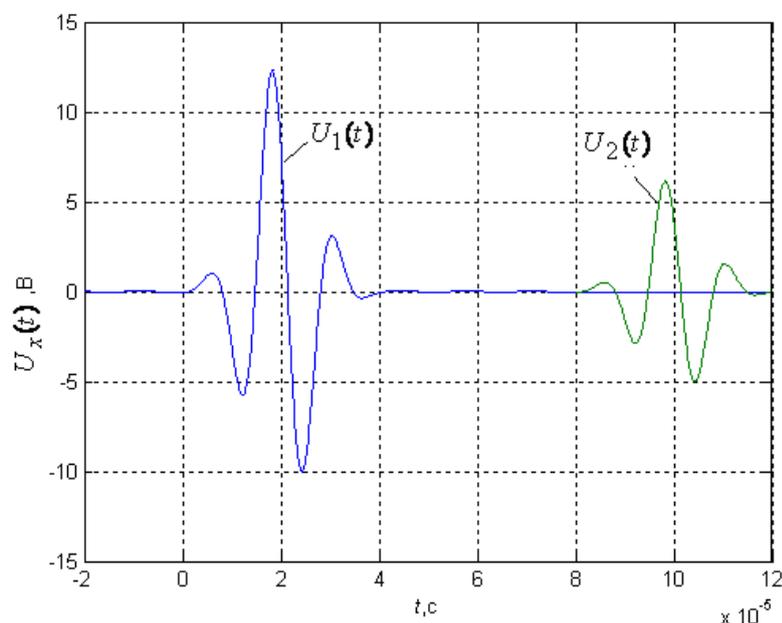


Рис. 7. Выходные сигналы МП

Подсчитаем число итераций  $n$  в зависимости от заданной точности  $\varepsilon$ , полученные в ходе вычислительного эксперимента. В графической форме эти зависимости приведены на рис. 8.

Как видно, число итераций  $n$  при использовании предобусловливания (график 2) не значительно отличается от теоретического (график 3), определяемого выражением (8). При решении задачи без предобусловливания (график 1) число итераций значительно возрастает.

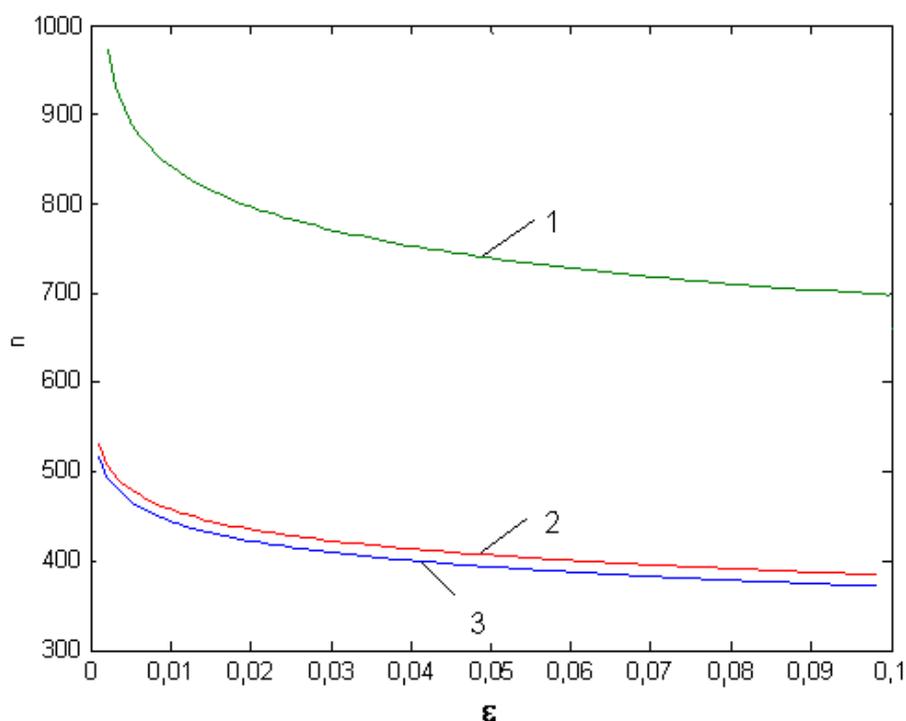


Рис. 8. Оценка эффективности использования предобусловливания

Таким образом, применение модифицированного метода Ричардсона совместно с алгоритмом на рис. 2 существенно сокращает число итераций и время решения, что повышает эффективность расчета магнитного поля МП.

Помимо этого, анализ литературы [3, 9–12], в которой описывается решение аналогичных задач, позволяет выявить иные, дополнительные пути повышения эффективности расчета магнитных полей МП.

Например, известно, что количество итераций, необходимых для решения СЛАУ магнитного поля МП, сильно зависит от того, насколько близко к истинным были выбраны начальные значения неизвестных. Если задать хорошее начальное приближение, то число итераций при решении может быть сокращено в несколько раз. Отсюда следует еще один способ повышения эффективности итерационных методов, который заключается в выборе более точного начального приближения. Обычно такой выбор осуществляют с использованием различных систем моделирования магнитных полей, таких как ELCUT, Littlemag, ANSYS и др [5].

Близкие к истинным начальные значения потенциалов узлов можно получить достаточно просто, если сначала выполнить расчет не на требуемой сетке, а на другой, содержащей меньшее число узлов. В дальнейшем полученные данные с помощью известных интерполяционных формул достаточно просто перенести на другую, более мелкую сетку [2, 5].

### Заключение

Таким образом, выполнение LU-факторизации с помощью модифицированного алгоритма для реализации в SDN-сети позволит существенно облегчить задачу расчета магнитных полей МП и в то же время повысить скорость сходимости и точность решения.

### Библиографический список

1. Дуравкин, Е. В. Архитектура SDN. Анализ основных проблем на пути развития / Е. В. Дуравкин, Е. Б. Ткачева, Иссам Саад // Системы обработки информации. – 2015. – № 3. – С. 92–98.
2. Карпухин, Э. В. Исследование байпасной измерительной системы с магнотстрикционным уровнем методом математического моделирования / Д. А. Мокроусов, Э. В. Карпухин, С. Б. Демин, Е. С. Демин // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4. – URL: [www.science-education.ru/](http://www.science-education.ru/)
3. Карпухин, Э. В. Применение метода вращения для повышения эффективности расчета магнитных полей накладных магнотстрикционных уровней / Э. В. Карпухин, Е. С. Дементьева, С. В. Селиванов // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2016. – № 2. – С. 171–177.
4. Карпухин, Э. В. Математическое моделирование магнитных полей накладных магнотстрикционных уровней : монография / Э. В. Карпухин, С. Б. Демин. – Пенза : ПензГТУ, 2014. – 116 с.
5. Демирчян, К. С. Машинные расчеты электромагнитных полей / К. С. Демирчян, В. Л. Чечурин. – М. : Высш. шк., 1986. – 240 с.
6. Кухлинг, Х. Справочник по физике : пер. с нем. / под ред. Е. М. Лейкина. – М. : Мир, 1983. – 520 с.
7. Левшина, Е. С. Электрические измерения физических величин / Е. С. Левшина, П. В. Новицкий. – Л. : Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
8. Манжиров, А. В. Методы решения интегральных уравнений : справочник / А. В. Манжиров, А. Д. Полянин. – М. : Факториал, 1999. – 272 с.
9. Мокроусов, Д. А. К вопросу повышения точности моделирования магнитных полей магнотстрикционных уровней накладного типа со сложной геометрией акустического тракта / Д. А. Мокроусов, Е. С. Демин, Э. В. Карпухин, С. Б. Демин // Aktuální vymoženosti vědy. – 2014 : materiály X mezinárodní vědecko-praktická konference. – Чехия, Прага, 2014. – С. 17–21.
10. Мокроусов, Д. А. Комплекс программ для расчета параметров магнотстрикционных преобразователей уровня накладного типа со сложной геометрией акустического тракта / Д. А. Мокроусов, Э. В. Карпухин, С. Б. Демин, В. С. Дятков // Современные проблемы науки и образования. Технические науки. – 2014. – № 3. – <https://www.science-education.ru/>
11. Мокроусов, Д. А. Повышение эффективности численных методов моделирования магнотстрикционных уровней накладного типа со сложной геометрией акустическо-

- го тракта / Д. А. Мокроусов, Е. С. Демин, Э. В. Карпухин, С. Б. Демин // Aktuální vymoženosti vědy – 2014 : materiály X mezinárodní vědecko-praktická konference. – Чехия, Прага, 2014. – С. 13–16.
12. Мокроусов, Д. А. Применение численных методов для расчета магнитных полей в магнотриксционных уровнемерах / Д. А. Мокроусов, Э. В. Карпухин, В. С. Дятков, С. Б. Демин // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2013. – № 3. – С. 102–104.

---

**Одиноков Александр Александрович**

инженер,  
АО «НПП Рубин»  
(Россия, г. Пенза, ул. Байдукова, 2)  
E-mail: odin1122@yandex.ru

**Odinokov Alexandr Alexandrovich**

engineer,  
JSC «NPP Rubin»  
(2 Baydukova street, Penza, Russia)

**Дементьева Елена Сергеевна**

кандидат педагогических наук,  
заведующий кафедрой физики,  
Пензенский государственный  
технологический университет  
(Россия, г. Пенза, пр. Байдукова /  
ул. Гагарина, 1а/11)  
E-mail: demeles2013@yandex.ru

**Dementeva Elena Sergeevna**

candidate of pedagogical sciences,  
head of sub-department of physics,  
Penza State Technological University  
(1a/11 Baydukova avenue/Gagarin street,  
Penza, Russia)

**Карпухин Эдуард Владимирович**

кандидат технических наук, доцент,  
кафедра физики,  
Пензенский государственный  
технологический университет  
(Россия, г. Пенза, пр. Байдукова /  
ул. Гагарина, 1а/11)  
E-mail: edvar1@rambler.ru

**Karpukhin Eduard Vladimirovich**

candidate of technical sciences, associate professor,  
sub-department of physics,  
Penza State Technological University  
(1a/11 Baydukova avenue/Gagarin street,  
Penza, Russia)

---

УДК 621.618

**Одиноков, А. А.**

**Использование SDN-сетей для LU-факторизации системы уравнений магнитных полей магнотриксционных уровнемеров / А. А. Одиноков, Е. С. Дементьева, Э. В. Карпухин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2018. – № 3 (25). – С. 49–57. – DOI 10.21685/2307-5538-2018-3-7.**