ИЗМЕРЕНИЕ. МОНИТОРИНГ. УПРАВЛЕНИЕ. КОНТРОЛЬ

Научно-производственный журнал

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Сапельников В. М. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЦИФРОАНАЛОГОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ И ИХ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

Бондаренко Л. Н., Нефедьев Д. И.

АНАЛИЗ ТЕСТОВЫХ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Папко А. А., Кирянина И. В., Комбарова И. В. ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ПОВТОРЯЕМОСТИ И ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕЦИЗИОННЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Заико А. И. АЛГОРИТМЫ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Михайлов П. Г., Мокров Е. А., Скотников В. В., Тютюников Д. А., Петрин В. А. ВОПРОСЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ БЫСТРОПЕРЕМЕННЫХ ДАВЛЕНИЙ 21

25

35

№ 1(7)**, 201**4

Заико А. И.
АЛГОРИТМЫ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ
МОМЕНТОВ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ВИЗМЕРЕНИЯХ
Алимипадов А. К
Ο ΕΡΑΕΟΤΚΑ ΡΕΥΕΒЫΧ ΚΟΜΑΗΛ
В СИСТЕМАХ ГОЛОСОВОГО УПРАВЛЕНИЯ
Терехина А. В., Селезнев А. А., Глухов Г. С.,
Каширин М. В., Цыпин Б. В.
ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТОТНЫХ КОМПОНЕНТ
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ
МЕТОДОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
Баринов И. Н., Волков В. С., Евдокимов С. П., Кудрявцева Д. А.
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫСОКООМНЫХ КРЕМНИЕВЫХ
ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ
СТАБИЛЬНОСТИ ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ
В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ
И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ
Боровик С. Ю.
СТРУКТУРА И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНЫХ
И ОСЕВЫХ СМЕЩЕНИЙ ТОРЦОВ ЛОПАТОК
В ГАЗОТУРБИННОМ ДВИГАТЕЛЕ С КОРРЕКЦИЕЙ
СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ
Шахмейстер Л. Е., Трофимов В. Ю.
ЭЛЕКТРОПИТАНИЕ МАЛОГАБАРИТНЫХ
АВТОНОМНЫХ ДАТЧИКОВ ИНФОРМАЦИОННО-
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ИНДУКТИВНЫМ

КОНТУРОМ УПРАВЛЕНИЯ

83

74

44

50

58

65

Мусаев Р. Ш., Фролов М. А., Баранов А. С. ПОВЫШЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ТЕЛЕМЕТРИИ ПОСРЕДСТВОМ ПРОВЕДЕНИЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО УДАРА

88

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УДК 681.325

В. М. Сапельников

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЦИФРОАНАЛОГОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ И ИХ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

V. M. Sapelnikov

FUNCTIONAL DIGITAL-to-ANALOG CONVERTERS AND THEIR ROLE IN THE DEVELOPMENT OF INSTRUMENT

А н н о т а ц и я. Рассмотрено применение цифроаналоговых преобразователей для преобразования сигналов в информационно-измерительной технике, радиотехнике и приборостроении, которые являются мощным средством увеличения точности отсчета. Однако существующие ЦАП могут выполнять только линейное преобразование вида $U_{\rm nbix} = kU_{\rm on}$. В то же время в различных областях техники необходимо с высокой точностью воспроизводить нелинейные функциональные зависимости. Показано применение двух видов аппроксимации: кусочно-линейной и аппроксимации степенными рядами, – для воспроизведения нелинейных функциональных зависимостей и моделирования их с помощью линейных ЦАП. Приведены примеры их использования для различных приборов и указана погрешность, полученная при использовании этих методов.

A **b** s **t** r a c **t**. The article considers the use of digital-analog converters for converting signals in information measuring engineering, electrical engineering and instrument making, which is a powerful means of increasing the accuracy of the count. However, existing DAC can only perform a linear transformation of $U_{\text{BMX}} = kU_{\text{OT}}$. At the same time in different areas of technology needs with high accuracy to reproduce the nonlinear functional dependence. Shows the use of two types of approximation of piecewise linear and approximation of functions by series, to play a nonlinear functional dependencies and simulation using linear DAC. Examples of their use for different devices and is specified error obtained using these methods.

Ключевые слова: цифроаналоговые преобразователи (ЦАП), цифроуправляемые фазовращатели и калибраторы фазы.

K e y w o r d s: the digital-to-analog converters (DAC), digital-controlled of phase changes and calibrators of a phase.

Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП) широко применяются для преобразования сигналов в информационно-измерительной технике, радиотехнике и приборостроении. Они являются мощным средством увеличения точности отсчета. Однако существующие ЦАП могут выполнять только линейное преобразование вида $U_{\rm вых} = kU_{\rm on}$. В то же время в различных областях техники необходимо с высокой точностью воспроизводить нелинейные функциональные зависимости. Например, такая необходимость возникает при построении цифроуправляемых фазовращателей и калибраторов фазы, так как зависимость фазового сдвига от изменения регулируемой величины всегда нелинейна. Наиболее предпочтительный способ для осуществления этой операции – применение ЦАП.

Для воспроизведения нелинейных функциональных зависимостей и моделирования их с помощью линейных ЦАП мы использовали два вида аппроксимации: кусочно-линейную аппроксимацию и аппроксимацию степенными рядами. Каждый из упомянутых видов аппроксимации предполагает свой способ аппаратной реализации. Однако оба способа для увеличения дискретности воспроизводимой функции используют стандартные многоразрядные ЦАП.

Рассмотрим первый способ, в котором используется линейная аппроксимация воспроизводимой функциональной зависимости y = f(x) в интервале [a + i(b - a)/n, a + (i + 1)(b - a)/n]. Здесь [a, b] – отрезок, который разбивается на интервалы; (b - a)/n – величина интервала аппроксимации функциональной зависимости f(x), i = 0, 1, 2, ..., n - 1 (i – номер интервала аппроксимации; n – число отрезков аппроксимации зависимости f(x)). Полагаем, что на отрезке аппроксимации функция неотрицательна, хотя данный способ может быть расширен и на отрицательные значения функции.

В качестве многоразрядного линейного ЦАП необходимо использовать любой умножающий ЦАП с постоянным входным сопротивлением R_0 [1, 2]. Это может быть ЦАП, использующий резисторную матрицу R - 2R и управляемый двоичным кодом, или делитель напряжения с шунтирующими декадами, управляемый десятичным кодом [3].

На рис. 1 приведена схема, иллюстрирующая использование линейной аппроксимации для воспроизведения функциональной зависимости f(x). Значения сопротивлений R_{1i} , R_{2i} , R_0 связаны между собой соотношениями



Рис. 1. Функциональный цифроаналоговый преобразователь

Напряжения в схеме рис. 1 будут распределяться следующим образом:

$$U_a = \frac{Uf\left(a+i\frac{(b-a)}{n}\right)}{\max_{[a,b]} f(x)}; \quad U_b = \frac{Uf\left(a+(i+1)\frac{(b-a)}{n}\right)}{\max_{[a,b]} f(x)},$$

где *U* – напряжение, подводимое к функциональному ЦАП.

С помощью линейного ЦАП выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ изменяется от значения U_{ai} до U_{bi} , приближенно воспроизводя в *i*-м интервале зависимость f(x) с заданным шагом квантования. Для изменения интервала регулирования функциональной зависимости f(x) (старший разряд функционального ЦАП) используется ключ П (см. рис. 1).

Естественно, что при таком построении функционального ЦАП последний имеет методическую погрешность, вызванную линейной аппроксимацией функциональной зависимости

f(x) в интервале $\left[a+i\frac{(b-a)}{n}, a+(i+1)\frac{(b-a)}{n}\right]$. Эта погрешность определяется выражением $\Delta = f(x) - y_{1i}$,

где y_{1i} – уравнение прямой, аппроксимирующей зависимость f(x) в интервале $\left[a+i\frac{(b-a)}{n}\right]$,

 $a + (i+1)\frac{(b-a)}{n}$]. Введем обозначение $\Delta f = f\left(a + (i+1)\frac{(b-a)}{n}\right) - f\left(a + i\frac{(b-a)}{n}\right)$, тогда уравнение прямой

запишется в виде

$$y_{1i} = \frac{\Delta f}{(b-a)} (x-a) + i\Delta f \; .$$

Здесь $a + i \frac{(b-a)}{n} \le x \le a + (i+1) \frac{(b-a)}{n}$.

Методическая погрешность воспроизведения функции f(x) будет зависеть в первую очередь от вида функции и выбранного отрезка аппроксимации, а также от номера и количества участков аппроксимации.

Функциональные ЦАП, аппроксимирующие функциональные зависимости sinφ и cosφ, широко применяются при построении калибраторов фазы и фазовращателей (синуснокосинусные потенциометрические фазовращатели) [4, 5], в которых для формирования напряжения выхода реализуется соотношение

$$\dot{U} = U\cos\phi + jU\sin\phi = Ue^{j\phi}.$$

Пример. В качестве примера рассмотрим построение функционального цифроаналогового преобразователя – дискретного аналога синусно-косинусного потенциометра [4].

Известные синусно-косинусные потенциометры нашли применение в радиотехнике и информационно-измерительной технике [5]. Они используют профилированную намотку провода и имеют скользящий контакт, что нетехнологично, не позволяет получить хорошие метрологические характеристики и не дает возможности широко применять их в микроэлектронике.

Выполнение синусно-косинусного потенциометра на основе резисторов и ключей привело бы к необходимости применения большого количества резисторов разных номиналов и ключей. Так, для дискретного потенциометра, воспроизводящего синусную зависимость сопротивления от изменения входного кода в диапазоне от 0 до 90° с дискретностью 0,1°, потребовалось бы 900 резисторов и 901 ключ.

Вполне очевидно, что подобные дискретные синусные потенциометры очень громоздки и, кроме того, при такой реализации синусного потенциометра невозможно производить поразрядное регулирование воспроизводимой функциональной зависимости.

От этих недостатков свободна схема, приведенная на рис. 2, которая построена на базе функционального ЦАП – цифроаналогового преобразователя, воспроизводящего зависимость sinq.

2014, № 1 (7)



Рис. 2. Функциональный ЦАП – дискретный аналог синусного потенциометра

С помощью сдвоенного ключа стандартный многоразрядный ЦАП подключается к резисторам R_{1i} и R_{2i} и образует преобразователь, моделирующий зависимость sin φ в интервале от $i\pi/2n$ до $(i + 1)\pi/2n$. Здесь $\pi/2n$ – интервал аппроксимации функциональной зависимости sin φ , i = 0, 1, 2, ..., n-1 (i – номер интервала аппроксимации; n – число отрезков аппроксимации зависимости sin φ в интервале от 0 до $\pi/2$). В качестве многоразрядного линейного ЦАП можно использовать любой ЦАП с постоянным входным сопротивлением R_0 .

Значения сопротивлений R_{1i}, R_{2i}, R₀ определяются из соотношений

$$R_{1i} = \frac{R_0 \sin\frac{i\pi}{2n}}{2\sin\frac{\pi}{4n}\cos\frac{(2i+1)\pi}{4n}}; R_{2i} = \frac{R_0 \left[1 - \sin\frac{(i+1)\pi}{2n}\right]}{2\sin\frac{\pi}{4n}\cos\frac{(2i+1)\pi}{4n}}$$

Напряжения в схеме рис. 2 будут распределяться следующим образом:

$$U_a = U\sin\frac{i\pi}{2n}; U_b = U\sin\frac{(i+1)\pi}{2n}$$

где *U* – напряжение, подводимое к дискретному аналогу синусного потенциометра – функциональному ЦАП.

С помощью линейного ЦАП выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ изменяется от значения $U\sin\frac{i\pi}{2n}$ до $U\sin\frac{(i+1)\pi}{2n}$, приближенно воспроизводя в *i*-м интервале зависимость sin ϕ необходимым числом разрядов. Для изменения интервала регулирования функциональной зависимости sin ϕ (старший разряд нелинейного ЦАП) используется ключ Π (см. рис. 2).

Естественно, что при таком построении дискретного аналога синусного потенциометра последний имеет методическую погрешность, вызванную линейной аппроксимацией зависимости sin φ в интервале [$i\pi/2n$, (i + 1) $\pi/2n$]. Эта погрешность определяется выражением

$$\Delta = \sin \phi - y_{1i}$$

где y_{1i} – уравнение прямой, аппроксимирующей зависимость sin φ в интервале [$i\pi/2n$, (i + 1) $\pi/2n$]:

$$y_{1i} = (i+1)\sin\frac{i\pi}{2n} - i\sin\frac{(i+1)\pi}{2n} + 4\frac{n\phi}{\pi} \cdot \cos\frac{(2i+1)\pi}{4n} \cdot \sin\frac{\pi}{4n}$$

Здесь $i\pi/2n \le \phi \le (i+1)\pi/2n$.

На рис. 3 приведена зависимость методической погрешности воспроизведения зависимости sin φ внутри интервала аппроксимации (Δ) для n = 9. В этом случае старший разряд регулирования дискретно и поразрядно задаваемого аргумента φ составляет 10°. Для удобства введена новая переменная k из соотношения

$$\varphi = (i+k) \cdot \pi/2n,$$

где $0 \le k \le 1$.



Рис. 3. Распределение методической погрешности дискретного аналога синусного потенциометра внутри интервалов аппроксимации (*n* = 9)

Наибольший интерес представляет максимальная погрешность, получаемая при аппроксимации последнего интервала зависимости sin (р. В табл. 1 приведены максимальные величины погрешности в зависимости от числа интервалов аппроксимации.

					Таблица 1
n	3	9	18	36	72
Δ, %	3,29	0,38	0,09	0,02	0,006

Так, в случае n = 9 она составляет менее 0,4 %, что может быть приемлемо для многих практических применений.

В случае одновременного использования синусного и косинусного преобразователей, как это сделано в работе [6] для построения фазовращателя, методическая погрешность воспроизведения фазового сдвига получается небольшой, поскольку погрешности преобразователей имеют один знак. Так, при подекадном регулировании фазового сдвига (n = 9) методическая погрешность, вызванная аппроксимацией зависимостей sinq и соsq, составляет всего полминуты.

Дискретный аналог синусного потенциометра (см. рис. 2) дает возможность изменять зависимость sin φ в пределах одного квадранта. Эти же элементы используются и для регулирования зависимости sin φ во всех четырех квадрантах, но в третьем и четвертом квадрантах для получения отрицательных величин используется инвертор, установленный или во входной цепи (инвертируется входное напряжение), или в выходной цепи (инвертируется выходное напряжение), или в выходной цепи (инвертируется выходное напряжение). Кроме того, все элементы схемы применяются и для построения дискретного аналога косинусного потенциометра, поскольку $\cos\varphi = \sin(\pi/2 + \varphi)$. Таким образом, схема, приведенная на рис. 2, может почти полностью обеспечить одновременное моделирование и синусного, и косинусного преобразователей.

Рассмотренный способ применим для построения цифроуправляемых потенциометрических и мостовых фазовращателей.

Второй способ, использующий степенную аппроксимацию, заключается в следующем. На рассматриваемом отрезке [a, b] функция f(x) заменяется многочленом

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n.$$

Моделирование многочлена осуществляется каскадно соединенными ЦАП (рис. 4) [6, 7].



Рис. 4. Схема функционального цифроаналогового преобразователя

В качестве ЦАП, изображенных на схеме, применяют умножающие ЦАП, которые допускают работу с двухполярным опорным напряжением. Выходное напряжение таких ЦАП определяется по формуле

$$U_{\rm BMX} = -U_{\rm off} \frac{R_{\rm N}}{R} \frac{N}{N\,{\rm max}}$$

где N – текущий цифровой код, который изменяется в пределах от 0 до $N_{\text{max}} - 1$; $N_{\text{max}} = 2^m$; m – разрядность ЦАП; R – сопротивление матрицы резисторов; R_N – сопротивление резистора в цепи обратной связи ОУ ЦАП; U_{on} – опорное напряжение. Отношение $A = \frac{R_N}{R}$ называют масштабным коэффициентом, или масштабным множителем. Его можно изменять в широких пределах, изменяя значение R_N .

В схеме, приведенной на рис. 4, при подаче на цифровые входы ЦАП кода *N*, на выходе 1-го ЦАП формируется напряжение, равное

$$U_1 = -U_{\rm on}A \, \frac{N}{N \max}$$

Это напряжение является входным для 2-го ЦАП, а напряжение на его выходе будет определяться соотношением

$$U_2 = -U_1 A \frac{N}{N \max} = U_{\text{on}} (-A \frac{N}{N \max})^2.$$

Продолжая этот ряд, для *k*-го ЦАП можно записать

$$U_k = U_{\text{orr}} (-A \frac{N}{N \max})^k.$$

Напряжения с выходов ЦАП через резисторы $R_1, R_2, ..., R_5$ подаются на вход сумматора A2. Для обеспечения необходимого знака сигнала напряжения с выходов 1-го и 5-го ЦАП проходят через инвертор A1. Дополнительно на сумматор через резистор R_0 подается опорное напряжение. На выходе сумматора формируется напряжение $U_{\text{вых}}$:

$$U_{\rm BMX} = -\left(\frac{R}{R_0}U_{\rm orr} + \frac{R}{R_1}U_1 + \frac{R}{R_2}U_2 + \frac{R}{R_3}U_3 + \frac{R}{R_4}U_4 + \frac{R}{R_5}U_5\right),$$

или с учетом предыдущего уравнения:

$$U_{\text{BEX}} = -U_{\text{on}} \left(\frac{R}{R_0} - \frac{R}{R_1} \left(-A \frac{N}{N \max} \right) + \frac{R}{R_2} \left(-A \frac{N}{N \max} \right)^2 + \dots - \frac{R}{R_5} \left(-A \frac{N}{N \max} \right)^5 \right)$$

Если обозначить $x = A \frac{N}{N_{\text{max}}}$, $|a_i| = \frac{R}{R_i}$, то последнее уравнение примет вид

$$U_{\text{BEX}} = -U_{\text{OII}}(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5) \approx -U_{\text{OII}} f(x).$$

Коэффициенты многочлена, реализуемого данной схемой, имеют следующие знаки: $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 < 0, a_4 > 0, a_5 > 0$. Если коэффициенты имеют другие знаки, то схема претерпевает лишь незначительные изменения. Таким образом, мы получаем выходное напряжение, пропорциональное аппроксимируемой функции f(x).

Необходимо указать на ограничение, которое накладывается каскадным включением ЦАП на диапазон изменения масштабного коэффициента A. При подаче на цепочку ЦАП кода, близкого к N_{max} , выходное напряжение k-го ЦАП пропорционально $U_{\text{on}}(-A)^k$. Для A > 1 эта величина возрастает по геометрической прогрессии и может приводить к насыщению операционных усилителей. Поэтому выгодно устанавливать A равным единице и аппроксимировать функцию исходя из того, что аргумент x изменяется от 0 до 1. Из вышесказанного следует, что для воспроизведения многочлена $P_n(x)$ степени *n* необходимо *n* каскадно включенных ЦАП. Коэффициенты многочлена реализуются подбором резисторов *R*, R_0 , R_1 , ..., R_k , а знаки слагаемых устанавливаются с помощью инверторов.

Для того чтобы погрешность, вызванная аппроксимацией (методическая погрешность), была минимальна, необходимо соответствующим образом подобрать коэффициенты многочлена.

Нами рассмотрены три метода вычисления этих коэффициентов.

Наиболее распространенный метод аппроксимации функции f(x) – ее разложение в ряд Тейлора. В общем виде это разложение функции f(x) в окрестности точки x_0 осуществляется по формуле

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f^{(1)}(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$$

Разложение функции в ряд Тейлора не является единственным. Существует возможность разложить функцию в ряд по обобщенным многочленам, например, по многочленам Лежандра, Чебышева, Якоби, Эрмита или Лагерра. Здесь мы остановимся на многочленах Чебышева, поскольку они дают наилучшее приближение.

Для нахождения коэффициентов C_k разложения по многочленам Чебышева

 $f(x) = \sum_{k=0}^{n} C_k T_k(x)$ используем следующие формулы:

$$C_{0} = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} f(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^{2}}} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(\cos\Theta) d\Theta \; ; \; C_{k} = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{f(x)T_{k}(x)dx}{\sqrt{1-x^{2}}} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(\cos\Theta) \cos k\Theta d\Theta \; , \; k \ge 0.$$

Подставляя вместо степеней *x* их выражения через многочлены Чебышева, а затем приводя подобные члены при многочленах одной степени, получим искомый многочлен $P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$.

Оценить погрешность, даваемую разложением функции f(x) в ряд по многочленам Чебышева в общем виде, очень трудно. Согласно общим теоремам теории аппроксимации это разложение дает наилучшее приближение из всех возможных. Необходимо также отметить, что разложение функции f(x) по многочленам Чебышева возможно только для функций, имеющих непрерывную первую производную на отрезке [-1, 1]. Это условие обеспечивает сходимость ряда к функции f(x). Для всех простейших функций это условие выполняется.

Следующий метод основан на теории интерполяции. В этом случае строят многочлен, который в n + 1 заданных точках $x_0, x_1, ..., x_n$, принимает значения $f(x_0), f(x_1), ..., f(x_n)$, а в остальных точках отрезка [a, b], принадлежащего области определения f(x), приближенно представляет функцию f(x) с той или иной степенью точности. Для нахождения коэффициентов многочлена a_k составляется система уравнений:

$$a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_n x_i^n = f(x_i), (i = 0, 1, 2, \dots, n),$$

которая легко решается, например, методом Крамера.

Пример. Калибратор фазы с линейным преобразованием управляющего кода в фазовый сдвиг.

Широкое распространение получают калибраторы фазы, принцип действия которых заключается в суммировании двух синусоидальных напряжений, сдвинутых одно относительно другого на 90°. Диапазон регулирования фазового сдвига при этом составляет 0–90°, а его расширение до 360° осуществляется введением коммутатора опорных напряжений.

При регулировании фазового сдвига в пределах 0–90° выходное напряжение калибратора фазы формируется в соответствии с зависимостью

$$\dot{U}_{\rm Bbix} = k_1 U_{\rm BX} + j k_2 U_{\rm BX} \,, \tag{1}$$

где $U_{\text{вх}}$ – амплитуды опорных напряжений; k_1 и k_2 – весовые коэффициенты.

Амплитуда и фаза выходного напряжения связаны с весовыми коэффициентами k_1 и k_2 соотношениями

$$U_{\rm Bbix} = U_{\rm Bx} \sqrt{k_1^2 + k_2^2};$$

 $\phi = \arctan \frac{k_2}{k_1}.$

Калибраторы фазы, управляемые цифровым кодом, должны обеспечивать линейное преобразование управляющего кода в фазовый сдвиг выходного напряжения. Кроме того, в большинстве практических случаев необходимо обеспечивать постоянство амплитуды выходного напряжения во всем диапазоне регулирования фазового сдвига. Для выполнения этих требований весовые коэффициенты k_1 и k_2 должны быть связаны с управляющим кодом нелинейными зависимостями. В калибраторе фазы, структурная схема которого представлена на рис. 5, выходное напряжение является суммой двух синусоидальных напряжений U_s и U_c , сдвинутых одно относительно другого на 90°. Они формируются из входного напряжения $U_{\rm вх}$ цепью каскадно включенных цифроаналоговых преобразователей ЦАП1–ЦАП7 и инвертирующими сумматорами A1–A4.



Рис. 5. Калибратор фазы с линейным преобразованием управляющего кода в фазовый сдвиг

Передаточная функция *i*-го ЦАП $H_i(\theta)$ выражается линейной зависимостью

$$H_i(\theta) = b_i \alpha \theta$$
,

где b_i – масштаб преобразования *i*-го ЦАП;

$$\theta = N / N_{\text{max}}; \alpha = \pi / 2,$$

где N и N_{max} – текущее и максимальное значения управляющего кода.

Применяемые в калибраторе фазы ЦАП имеют малое выходное сопротивление, что допускает их каскадное включение без нарушения нормального режима работы каждого отдельно взятого ЦАП. Поэтому передаточную функцию *n* каскадно включенных ЦАП с достаточной степенью точности можно записать в виде

$$H_n(\theta) = \prod_{i=1}^n H_i(\theta) = (\alpha \theta)^n \prod_{i=1}^n b_i.$$

На вход 1-го ЦАП, являющегося входом калибратора фазы, с внешнего генератора поступает синусоидальное напряжение $\dot{U}_{\rm BX}$. Из него цепью каскадно включенных ЦАП формируются напряжения, амплитуды U_n которых связаны с управляющим кодом соотношением

$$U_n = U_{\rm BX} H_n(\theta) = U_{\rm BX} x^n a_n,$$

где
$$a_n = \prod_{i=1}^n b_i; x = \alpha \theta.$$

Напряжения \dot{U}_n с выходов ЦАП и входное напряжение используются для формирования двух синфазных напряжений \dot{U}_s и \dot{U}_c , причем напряжение \dot{U}_c формируется из входного напряжения и напряжений с выходов ЦАП с четными номерами, а выходные напряжения нечетных ЦАП используются для формирования напряжения \dot{U}_s . Полагая весовые коэффициенты суммируемых напряжений \dot{U}_n и $\dot{U}_{\rm BX}$ равными единице и учитывая дополнительное инвертирование соответствующих напряжений сумматорами A1 и A3, зависимости амплитуды напряжений \dot{U}_s и \dot{U}_c от управляющего кода в соответствии с (4.5) можно представить в виде

$$U_{s} = -U_{\text{BX}}(a_{1}x - a_{3}x^{3} + a_{5}x^{5} - a_{7}x^{7}) = U_{\text{BX}}k_{2};$$
$$U_{c} = -U_{\text{BX}}(1 - a_{2}x^{2} + a_{4}x^{4} - a_{6}x^{6}) = U_{\text{BX}}k_{1}.$$

Таким образом, амплитуды напряжений \dot{U}_s и \dot{U}_c связаны с амплитудой синусоидального напряжения $\dot{U}_{\rm bx}$, поступающего на вход калибратора фазы, коэффициентами k_1 и k_2 , которые в свою очередь имеют нелинейную зависимость от управляющего кода:

$$k_1 = 1 - a_2 x^2 + a_4 x^4 - a_6 x^6;$$

$$k_2 = a_1 x - a_3 x^3 + a_5 x^5 - a_7 x^7.$$

Чтобы получить фазовый сдвиг 90° между напряжениями \dot{U}_s и \dot{U}_c , одно из них, \dot{U}_s , подается на вход фазовращателя ФВ, в результате чего на входы сумматора A5 поступают напряжения U_c и jU_s . Выходное напряжение сумматора A5, являющееся выходным напряжением калибратора фазы, описывается соотношением (1).

Фаза $\phi_0 = x = \alpha \theta$ определяется управляющим кодом, а амплитуда выходного напряжения зависит только от амплитуды входного напряжения $U_{\text{вх}}$ (в рассмотренном случае $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}$).

Разность между расчетными и заданными значениями фазы и амплитуды выходного напряжения будет тем меньше, чем точнее моделируются функциональные зависимости cosx и sinx.

Функции соѕх и sinx могут быть представлены в виде суммы степенного ряда, причем тем точнее, чем больше членов степенного ряда при этом используется и чем меньше диапазон изменения аргумента x. Когда заданы число членов ряда и диапазон изменения переменной x, задача минимизации погрешности моделирования сводится к точному вычислению коэффициентов при суммирующихся членах ряда.

В табл. 2 приведены значения коэффициентов a_n , рассчитанные для трех случаев, когда высшая степень x и число ЦАП в схеме калибратора фазы соответственно равны семи, шести и пяти.

Методическая фазовая погрешность и нестабильность амплитуды выходного напряжения определяются соотношениями

$$\Delta \phi = \alpha \theta - \arctan \frac{k_2}{k_1};$$
$$U_{\rm Bbix} = \frac{U_{\rm BX} - U_{\rm Bbix}}{U_{\rm BX}} = 1 - \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

δ

Графики этих зависимостей приведены на рис. 6,*a*,*б* (где *m* – число ЦАП в схеме), а их максимальные значения указаны в табл. 2.

Γ_{a}	6	~ ^
16	юлица	a Z

Коэффициенты <i>а</i> _n	$\delta U_{\scriptscriptstyle m Bbix},\%$	Δφ, °
$a_1 = 1,000; a_2 = 0,4999;$ $a_3 = 0,1666; a_4 = 0,0416;$ $a_5 = 0,0083; a_6 = 0,0013;$ $a_7 = 0.0002$	0,005	0,003
$a_1 = 1,000; a_2 = 0,4999;$ $a_3 = 0,1661; a_4 = 0,0416;$ $a_5 = 0,0076; a_6 = 0,0013$	0,016	0,005
$a_1 = 1,000; a_2 = 0,4967; a_3 = 0,16605; a_4 = 0,03705; a_5 = 0,00761$	0,06	0,06

Анализ полученных результатов показывает, что уже при использовании шести ЦАП можно построить калибратор фазы с высокими метрологическими характеристиками. Погрешность калибратора фазы в основном будет определяться погрешностью настройки ЦАП на заданный масштаб преобразования, паразитными фазовыми сдвигами в ЦАП и сумматорах на высоких частотах, а также точностью поддержания фазового сдвига 90°.



Рис. 6. Зависимости погрешности фазового сдвига $\Delta \phi$ (*a*) и модуля $\delta U_{\text{вых}}$ напряжения выхода (б)

Экспериментальная проверка макета калибратора фазы показала, что в диапазоне 30 Гц – 20 кГц основная погрешность не превышает 0,1° и достигает максимального значения на верхней частоте указанного диапазона. Испытания макета проводили с использованием калибратора фазы, прошедшего метрологическую аттестацию во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева (г. Санкт-Петербург).

Список литературы

- Федорков, Б. Г. Микроэлектронные цифроаналоговые и аналого-цифровые преобразователи / Б. Г. Федорков, В. А. Телец, В. П. Дегтяренко. М. : Радио и связь, 1984. 320 с.
- 2. Гутников, В. С. Интегральная электроника в измерительных устройствах / В. С. Гутников. 2-е изд. Л. : Энергоатомиздат, 1988. 304 с.
- Арутюнов, В. О. Электрические измерительные приборы и измерения / В. О. Арутюнов. – М.: Госэнергоиздат, 1958. – 632 с.
- Функциональные цифроаналоговые преобразователи: принципы построения / В. М. Сапельников, Р. А. Хакимов, А. А. Газизов, М. А. Шабанов // Датчики и системы. – 2007. – № 7. – С. 46–57.

14

Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль

- 5. Мелик-Шахназаров, А. М. Потенциометрический фазовращатель / А. М. Мелик-Шахназаров // Радиотехника. – 1957. – Т. 12, № 5. – С. 78–79.
- Сапельников, В. М. Проблемы воспроизведения смещаемых во времени электрических сигналов и их метрологическое обеспечение / В. М. Сапельников, С. А. Кравченко, М. К. Чмых. – Уфа : Башкирск. гос. ун-т, 2000. – 196 с.
- 7. Электроника : справочная книга / под ред. Ю. А. Быстрова. СПб. : Энергоатомиздат, 1996. 544 с.

Сапельников Валерий Михайлович

Sapel'nikov Valeriy Mikhaylovich doctor of technical sciences, professor, sub-department of electrical engineering and electrical equipment, Ufa State Petroleum Technical University

доктор технических наук, профессор, кафедра электротехники и электроснабжения предприятий, Уфимский государственный нефтяной технический университет E-mail: sapelnikovvm@mail.ru

УДК 681.325

Сапельников, В. М.

Функциональные цифроаналоговые преобразователи и их роль в развитии приборострое-

ния / В. М. Сапельников // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 4–14.

2014, № 1 (7)

УДК 53.088.7

Л. Н. Бондаренко, Д. И. Нефедьев

АНАЛИЗ ТЕСТОВЫХ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

L. N. Bondarenko, D. I. Nefed'ev

ANALYSIS OF TEST METHODS FOR INCREASE OF ACCURACY OF MEASUREMENTS

Аннотация. Рассмотрены вопросы, связанные с анализом тестовых методов повышения точности результатов измерения электрических величин. Предложен новый подход к формированию тестовых алгоритмов повышения точности измерений на основе метода обратной интерполяции, обосновано утверждение о необходимости минимизации тестовых воздействий.

A b s t r a c t. The questions connected with formation of test methods for increase of accuracy of measurement results are considered. The new approach to formation of test algorithms of increase of accuracy of measurements on the basis of a method of return interpolation is offered; the statement about necessity of minimization of test influences is proved.

Ключевые слова: алгоритм, тестовый метод, интерполяционный многочлен, обратная интерполяция.

K e y w o r d s: algorithm, test method, interpolating polynomial, return interpolation.

Можно выделить два пути повышения точности средств измерений. Первый заключается в повышении теми или иными способами (в основном конструктивными) точности и стабильности средств измерений. Отличительной чертой такого подхода является отсутствие в составе средств измерений структурной избыточности, т.е. средства измерений содержат только те блоки и узлы, которые необходимы для выполнения операций измерений. Однако в настоящее время возможности такого подхода в значительной степени исчерпаны.

Второй путь заключается во введении избыточности измерений, т.е. в результате выполнения дополнительных операций измерений и обработки их результатов по определенным алгоритмам возникает возможность повышения точности средств измерений без улучшения метрологических характеристик отдельных узлов средств измерений [1–5].

Последний подход представляется наиболее перспективным, так как он позволяет, вопервых, отказаться от применения мер электрических величин высокой точности и использовать меры низшего класса точности при построении эталонных средств измерения; во-вторых, в отдельных случаях обеспечивает возможность децентрализованного воспроизведения единицы относительной (безразмерной) величины, благодаря наличию в измерительной системе структурной избыточности [5].

Среди методов повышения точности измерений наиболее эффективными являются следующие:

- итерационные методы;

- методы, основанные на использовании образцовых (эталонных) мер;
- тестовые методы.

Анализируя итерационный метод повышения точности измерений, нужно отметить, что некоррелированные составляющие погрешности при использовании данного метода усиливаются [1]. Действительно, если итерационный процесс состоит из N этапов, а некоррелированная погрешность ИУ носит аддитивный характер, то выражение для среднеквадратического отклонения γ_c суммарной некоррелированной погрешности измерения будет иметь вид

$$\gamma_c = \gamma_{\Delta}^0 \sqrt{2B^{2N} + 2B^{2(N-1)} + 2B^{2(N-2)} + \dots},$$
(1)

где γ_{Δ}^{0} – среднеквадратическое отклонение аддитивной некоррелированной погрешности исходного ИУ.

Так как число членов в подкоренном выражении (1) ограничивается членом с нулевой степенью $B^0 = 1$, как видно из выражения (1), всегда $\gamma_c > \gamma_{\Delta}^0$. Причем увеличение числа циклов итераций будет соответственно увеличивать значение γ_c .

Таким образом, применение итерационного метода дает возможность уменьшить лишь коррелированную составляющую погрешности измерения.

Использование методов образцовых мер дает возможность практически полностью исключить коррелированную составляющую погрешности измерения, однако некоррелированная составляющая погрешности измерения не уменьшается, а в большинстве случаев – увеличивается [1]. Кроме того, недостатком метода образцовых мер является необходимость использования устройства для периодического отключения от входа средства измерения измеряемой величины и подключения образцовых мер, а также большое число образцовых мер при существенно нелинейной функции преобразования средства измерения.

На основе анализа вышеприведенных методов повышения точности результатов измерения можно сделать вывод, что наиболее перспективными для реализации средств измерений электрических величин являются тестовые методы.

В реальных средствах измерения находят применение как мультипликативные, так и аддитивные тесты, которые, в свою очередь, делятся на независимые и функциональные.

Однако следует отметить, что использование однородных тестов любого вида не позволяет повысить точность измерений. Оптимальной комбинацией аддитивных и мультипликативных тестов является следующая: один тест одного рода и n-1 другого рода [1].

Рассмотрим один из вариантов тестового метода. В общем случае при применении тестовых методов для повышения точности результата измерений процесс измерения состоит из (n+1) тактов. В первом такте, основном, преобразуется измеряемая величина x, а в n других, дополнительных, – тесты $\{A_k(x)\}_1^n$, каждый из которых является функцией измеряемой величины x. Результаты основного y_0 и дополнительных преобразований $\{y_k\}_1^n$ могут быть представлены в виде системы уравнений

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1}, \\ y_1 = a_0 + a_1 A_1(x) + \dots + a_{n-1} [A_1(x)]^{n-1}, \\ \dots \\ y_n = a_0 + a_1 A_n(x) + \dots + a_{n-1} [A_n(x)]^{n-1}. \end{cases}$$
(2)

Для получения тестового алгоритма повышения точности измерения в [1] предлагается сначала из системы *n* последних уравнений в (2) найти параметры $\{a_k\}_0^{n-1}$, а затем получить значения измеряемой величины *x* из первого уравнения системы (2), подставляя в него параметры $\{a_k\}_0^{n-1}$.

Окончательное соотношение, показывающее связь измеряемой величины x с результатами преобразований $\{y_k\}_0^n$ и тестами $\{A_k(x)\}_1^n$, будет представлять собой алгоритм повышения точности измерений.

Рассмотрим ограничения на число используемых тестов *n*. Для этого, следуя [6], исключим параметры $\{a_k\}_0^{n-1}$ из системы (2) и представим результат в виде детерминантного тождества

y_0	1	x	 x^{n-1}
y_1	1	$A_1(x)$	 $[A_1(x)]^{n-1}$
y_2	1	$A_2(x)$	 $\left[A_2(x)\right]^{n-1}$
.			 •
y_n	1	$A_n(x)$	 $\left[A_n(x)\right]^{n-1}$

Замена системы (2) детерминантным тождеством (3) позволяет провести анализ различных алгоритмов повышения точности измерений.

Наиболее «прямолинейный» вариант разложения определителя в (3) по элементам первой строки, соответствующий нахождению параметров $\{a_k\}_0^{n-1}$ из *n* последних уравнений системы (2), дает $a_k = W_k / W$, т.е.

$$y_0 = W^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} W_k x^k, \qquad (4)$$

где $W = W(A_1(x), ..., A_n(x))$ – определитель Вандермонда, равный

$$W = \begin{vmatrix} 1 & A_1(x) & \cdots & [A_1(x)]^{n-1} \\ 1 & A_2(x) & \cdots & [A_2(x)]^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & A_n(x) & \cdots & A_n(x) \end{bmatrix}^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \le j < i \le n-1} [A_i(x) - A_j(x)],$$
(5)

а определитель W_k получается из определителя Вандермонда W заменой k-го столбца вектором-столбцом $(y_1, \ldots, y_n)^T$, где T означает транспонирование.

В этом случае параметры $\{a_k\}_0^{n-1}$, являющиеся множителями соответствующих степеней измеряемой величины *x*, могут сильно различаться по порядку величины даже при небольших значениях *n*. Поэтому их необходимо вычислять с различным количеством значащих цифр для определения измеряемой величины *x* с заданной абсолютной погрешностью, что ограничивается возможностями средств измерений при получении значений $\{y_k\}_1^n$.

Второй вариант разложения определителя в уравнении (3) по элементам первого столбца соответствует записи интерполяционного многочлена

$$P_{n-1}(x) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k x^k \tag{6}$$

в форме Лагранжа [6, 7], причем при значении измеряемой величины x в выражении (6) имеем $y_0 = P_{n-1}(x)$. В рассматриваемом варианте находим

$$P_{n-1}(x) = \sum_{k=1}^{n} y_k l_{nk}(x), \qquad (7)$$

где $l_{nk}(x)$ – фундаментальные интерполяционные многочлены, определяемые соотношением

$$l_{nk}(x) = \frac{l_n(x)}{(x - x_k)l'_n(x_k)},$$
(8)

где для краткости обозначено $x_k = A_k(x)$, $l_n(x) = \prod_{k=1}^n (x - x_k)$, а $l'_n(x_k)$ – производная функции $l_n(x)$ при значении $x = x_k$.

Для фундаментальных интерполяционных многочленов (8) выполнены характеристические соотношения: $l_{nk}(x_j) = \delta_{kj}$, где δ_{kj} – символ Кронекера, что позволяет легко доказать соотношение (8).

Кроме форм (6) и (7) записи интерполяционного многочлена $P_{n-1}(x)$ из уравнения (3), легко получается еще одно представление

$$P_{n-1}(x) = \sum_{k=1}^{n} [x_1, x_2, \dots, x_k] (x - x_1) \dots (x - x_{k-1}), \qquad (9)$$

называемое формой Ньютона интерполяционного многочлена $P_{n-1}(x)$. В формуле (9) выражение $[x_1, x_2, ..., x_k]$ обозначает разделенную разность, вычисляемую рекуррентно по известным значениям $\{(x_k, y_k)\}_1^n$ [6, 7].

Несмотря на существенные вычислительные удобства формы (9), ее применение из-за накопления погрешности при вычислении разделенных разностей может привести к значительной погрешности результата.

Если значение интерполяционного многочлена $y_0 = P_{n-1}(x)$ принимается в качестве приближенного значения некоторой функции от измеряемой величины *x*, то, помимо погрешности, возникающей от замены функции интерполяционным многочленом, следует также учитывать погрешность величин $\{y_k\}_1^n$. Если эти погрешности равны $\{\Delta_k\}_1^n$, то суммарная дополнительная погрешность составит

$$\varepsilon = \max_{x \in [a,b]} \left| \sum_{k=1}^{n} \Delta_k l_{nk}(x) \right|.$$
(10)

Предполагая в (10) пропорциональность всех $|\Delta_k| \simeq \Delta$, что соответствует практике измерений, получим при неблагоприятном сочетании знаков величин $\{\Delta_k\}_1^n$ следующее соотношение:

$$\varepsilon \propto \Delta \Lambda_n$$
, (11)

где Λ_n – константа Лебега:

$$\Lambda_n = \max_{x \in [a,b]} \sum_{k=1}^n |l_{nk}(x)|.$$
(12)

Константа Лебега не зависит от длины отрезка интерполирования, и через нее оценивается норма уклонения функции измеряемой величины от интерполяционного многочлена. Таким образом, в соответствии с выражением (12) естественно возникает задача о выборе оптимальных тестов $\{A_k(x)\}_1^n$, которые минимизируют величину константы Лебега Λ_n .

Известно следующее утверждение [7]: константа Лебега интерполяционного многочлена (7) с узлами $\{x_k\}_1^n$ в нулях многочлена Чебышева $T_n(x) = \cos n \arccos x, x \in [-1,1]$, определяется равенством

$$\Lambda_n = \frac{2}{\pi} \ln n + 1 - \vartheta_n, \ 0 \le \vartheta_n < \frac{1}{4},$$
(13)

причем узлы в нулях многочлена Чебышева оптимальны, а выигрыш в константе Лебега для оптимальных узлов по сравнению с узлами в нулях многочлена Чебышева не превосходит 0,201.

В измерительной практике часто из соображений удобства используются равноотстоящие узлы $\{x_k\}_1^n$. Для таких узлов в [7] приводится оценка:

$$2^{n-3}(n-1)^{-1/2}(n-3/2)^{-1} < \Lambda_n < 2^{n-1}, \ n \ge 4.$$
(14)

Несмотря на грубость оценки (14), ее сравнение с выражением (13) показывает, что на практике не следует использовать интерполяционные многочлены с равноотстоящими узлами при значительном числе узлов. Поэтому обычно в реальных измерительных задачах ограничиваются многочленами сравнительно невысокой степени (обычно меньше четырех).

Отметим также дополнительные соображения, ограничивающие число используемых для повышения точности измерений тестов $\{A_k(x)\}_{i=1}^{n}$.

Тестовый алгоритм повышения точности измерения величины x с использованием системы (3) на заключительном этапе сводится к решению алгебраического уравнения степени n-1, описываемого выражением (4). Такое решение довольно чувствительно к изменению коэффициентов интерполяционного многочлена, что приводит к значительным ошибкам даже при довольно невысокой степени многочлена.

Таким образом, в тестовом алгоритме повышения точности измерения [1] используется декомпозиция, заключающаяся в разделении исходной задачи на две: интерполяцию и решение алгебраического уравнения степени n-1, причем каждая из рассматриваемых задач является плохо обусловленной, что сказывается на погрешности результата уже при довольно невысоких значениях n.

Более рациональным подходом для получения тестового алгоритма может служить метод обратной интерполяции [8]. В этом случае система (3) переписывается в виде

$$\begin{cases} x = b_0 + b_1 y_0 + \dots + b_{n-1} y_0^{n-1}, \\ A_1(x) = b_0 + b_1 y_1 + \dots + b_{n-1} y_1^{n-1}, \\ \dots \\ A_n(x) = b_0 + b_1 y_n + \dots + b_{n-1} y_n^{n-1}. \end{cases}$$
(15)

Из системы (15) находится интерполяционный многочлен

$$Q_{n-1}(y) = \sum_{k=0}^{n-1} b_k y^k , \qquad (16)$$

дающий при $y = y_0$ искомый результат $x = Q_{n-1}(y_0)$.

Многочлен (16) интерполирует функцию, обратную к функции, интерполируемой многочленом (4). В этом случае для нахождения результата x не требуется решения алгебраического уравнения (4), но задача интерполяции решается описанным выше способом. Такой подход показывает практическую невозможность выбора оптимальных узлов для построения интерполяционного многочлена (16), а рассмотренный вывод об ограничении степени интерполяционного многочлена остается в силе.

Таким образом, использование метода обратной интерполяции при получении тестового алгоритма наиболее рационально, при этом степень интерполяционного многочлена (16) не должна быть высокой ($n \le 4$).

Исходя из анализа тестовых методов повышения точности результатов измерений, следует отметить преимущество использования тестовых алгоритмов по сравнению с итерационными методами и методами образцовых мер, которое заключается, в первую очередь, в существенном уменьшении числа дополнительных преобразований, необходимых для реализации алгоритма повышения точности. Кроме того, применение тестовых алгоритмов повышения точности измерений дает возможность одновременно с уменьшением аддитивных и мультипликативных погрешностей измерения снизить погрешность от нелинейности градуировочной характеристики средства измерений.

Использование тестовых алгоритмов повышения точности результатов измерений позволяет практически полностью исключить коррелированную составляющую погрешности измерения, а при использовании тестово-статистических алгоритмов – уменьшить некоррелированную составляющую погрешности измерения до уровня коррелированной составляющей погрешности и ниже.

20

Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль

Список литературы

- 1. Бромберг, Э. М. Тестовые методы повышения точности измерений / Э. М. Бромберг, К. Л. Куликовский. М. : Энергия, 1978. 176 с.
- Гельман, М. М. Автоматическая коррекция систематических погрешностей в преобразователях напряжение код / М. М. Гельман, Г. Г. Шаповал. М. : Энергия, 1974. 88 с.
- Земельман, М. А. Автоматическая коррекция погрешностей измерительных устройств / М. А. Земельман. – М.: Изд-во стандартов, 1972. – 199 с.
- Новицкий, В. П. Основы информационной теории измерительных устройств / В. П. Новицкий. Л. : Энергия, 1968. 248 с.
- Шаблицкий, А. Ю. Метрологический самоконтроль в интеллектуальном акустическом пьезоэлектрическом датчике / А. Ю. Шаблицкий, В. К. Доля // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2012. – № 3. – С. 36–45.
- Гончаров, В. Л. Теория интерполирования и приближения функций / В. Л. Гончаров. М.; Л.: ГТТИ, 1934. – 600 с.
- 7. Бабенко, К. И. Основы численного анализа / К. И. Бабенко. М. : Наука, 1986. 744 с.
- 8. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. М. : Наука, 1975. 584 с.

Бондаренко Леонид Николаевич

кандидат технических наук, доцент, кафедра дискретной математики, Пензенский государственный университет E-mail: leobond5@mail.ru, dm@pnzgu.ru

Нефедьев Дмитрий Иванович

доктор технических наук, заведующий кафедрой информационно-измерительной техники, Пензенский государственный университет E-mail:iit@pnzgu.ru

Bondarenko Leonid Nikolaevich

candidate of technical sciences, associate professor, sub-department of diskrete mathematics, Penza State University

Nefed'ev Dmitriy Ivanovich

doctor of technical sciences, head of sub-department of information and measuring equipment, Penza State University

УДК 53.088.7

Бондаренко, Л. Н.

Анализ тестовых методов повышения точности измерений / Л. Н. Бондаренко, Д. И. Нефедьев // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 15–20. УДК 53.088.3

А. А. Папко, И. В. Кирянина, И. В. Комбарова

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ПОВТОРЯЕМОСТИ И ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕЦИЗИОННЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

A. A. Papko, I. V. Kirjanina, I. V. Kombarova

ABOUT REPEATABILITY AND REPRODUCIBILITY RESEARCH METROLOGICAL CHARACTERISTICS PRECISION ACELEROMETR

Аннотация. Представлены результаты оценки повторяемости метрологических характеристик прецизионных акселерометров в условиях производства ОАО НИИФИ и их воспроизводимости в условиях измерений предприятия-потребителя. Определены технические решения, обеспечивающие соответствие установленным требованиям по повторяемости и воспроизводимости.

A b s t r a c t. Results of an estimation of repeatability of metrological characteristics precision acelerometr in the conditions of manufacture of OAO NIIFI and their reproducibility in the conditions of enterprise-consumer measurements are presented. The technical decisions providing conformity to established requirements on repeatability and reproducibility are defined.

Ключевые слова: повторяемость, воспроизводимость, прецизионный акселерометр, измерения.

K e y w o r d s: repeatability, reproducibility, precision acelerometr, measurements.

Обеспечение повторяемости метрологических характеристик является одной из наиболее важных проблем разработки и производства прецизионных акселерометров, используемых в качестве инерциальных компонентов систем управления движением различных объектов.

Согласно [1] **повторяемость**, или сходимость, является одним из двух условий обеспечения прецизионности средств измерений, или степени близости друг к другу независимых результатов измерений, полученных одним и тем же методом, на одном и том же рабочем месте, одним и тем же оператором с использованием одного и того же оборудования.

При этом условия воспроизводимости – условия, при которых результаты измерений получают одним и тем же методом на тех же объектах измерений в разных лабораториях, разными операторами с использованием различного оборудования. Понятием воспроизводимости оперируют при возникновении спорных ситуаций между поставщиком и покупателем при контроле качества продукции.

Необходимость предложенного исследования возникает из-за того, что измерения, выполняемые на идентичных образцах при предположительно идентичных обстоятельствах, не дают, как правило, одинаковых результатов. Это объясняется неизбежными случайными и систематическими погрешностями, присущими каждой измерительной процедуре, когда факторы, оказывающие влияние на результат измерений, не поддаются полному контролю [2].

Кроме того, различия между результатами испытаний, выполняемых разными операторами или с использованием различного оборудования, как правило, будут больше, чем между результатами измерений, выполняемых одним оператором на одном и том же оборудовании.

На изменчивость результатов измерений, выполняемых по одному и тому же методу, могут влиять:

1) индивидуальное восприятие оператора;

2) характеристики используемого оборудования;

3) параметры окружающей среды;

4) интервал времени между измерениями.

Исследуемый метод измерений обеспечивает определение метрологических характеристик акселерометра при повороте его измерительной оси в гравитационном поле Земли на заданные углы α . При этом акселерометром измеряется проекция вектора гравитационного ускорения на измерительную ось, равная gsin α , где g – значение модуля гравитационного ускорения, определенное для рабочих мест по результатам гравиметрической экспертизы с точностью до пяти знаков после запятой [3].

Объект исследований представляет собой емкостный акселерометр АЛЕ 055 с магнитоэлектрическим уравновешиванием. Кроме цепи уравновешивания, в его состав входят схема термокомпенсации коэффициента преобразования и преобразователь «напряжение – частота». К числу метрологических характеристик, определяемых при испытаниях, относятся коэффициент преобразования и температурная погрешность. Номинальное значение коэффициента преобразования составляет 5 с/м, а предельное значение температурной погрешности – 0,1 % в интервале изменения температуры от минус 50 до + 50 °C.

При значительных объемах серийного производства прецизионных акселерометров изменчивыми являются все перечисленные факторы, так как вместо одного одноместного рабочего места в этом случае используется множество многоместных. Например, для акселерометра АЛЕ 055 в состав рабочего места входят:

1) оптическая делительная головка ОДГЭ-5;

2) термокамера МС-71;

3) многоместное приспособление для установки в термокамеру шести акселерометров, жестко соединенное с поворотным устройством ОДГЭ-5;

4) коммутирующее устройство (пульт), подключающее к каждому из акселерометров питающее напряжение, нагрузку выходного каскада и измеритель периода.

Для оценки значимости влияния перечисленных факторов на повторяемость метрологических характеристик проведен следующий эксперимент: одним и тем же оператором в одно и то же время суток на четырех рабочих местах были проведены температурные испытания комплекта, состоящего из шести акселерометров АЛЕ 055. С целью уменьшения случайной составляющей на каждом рабочем месте оценка параметров проводилась по 30 измерениям. С учетом четырех рабочих мест получена выборка, содержащая 120 точек измерений для каждого акселерометра и 720 точек для всего комплекта.

По полученной выборке определены повторяемость значений коэффициентов преобразования акселерометров при трех значениях температуры окружающей среды – минус 50, +20, +50 °C – и температурная погрешность в двух интервалах – от минус 50 до +20 °C и от +20 до +50 °C (всего пять параметров).

По результатам испытаний определяются:

– коэффициенты преобразования K_{ji} при трех значениях температуры в термокамере минус 50, + 20 и + 50 °C (j = 1, 2, 3; i = 1, ..., 4);

– значения температурных погрешностей γ_{1i} и γ_{3i} в двух интервалах температуры от минус 50 до + 20 °C и от +20 до +50 °C;

- средние значения коэффициентов преобразования *К*_{*j*ср} и *γ*_{*j*ср} по четырем рабочим местам;

– отклонения текущих значений параметров Δ_{ij} от средних на каждом рабочем месте.

В качестве оценки нарушений условий повторяемости для каждого рабочего места принято количество отклонений Δ_{ji} от средних значений параметров по каждому акселерометру, превышающее 0,02 %.

Результаты оценки нарушений условий повторяемости показаны на рис. 1.



Рис. 1. График отклонений параметров акселерометров АЛЕ 055 на разных рабочих местах производства ОАО НИИФИ

Анализ представленной на рисунке информации показывает, что наихудшие результаты оценки параметров получены на рабочем месте 2, а наилучшие – на рабочем месте 3. В худшем случае из 30 средних значений параметров за пределы критерия повторяемости вышли 14 измерений, а в лучшем – 4. Поиск причин неудовлетворительной повторяемости позволил сделать следующий вывод: наибольшее влияние на повторяемость метрологических характеристик акселерометров АЛЕ 055 оказывают коммутирующие устройства, отличающиеся электрическими сопротивлениями цепей питания и паразитными емкостями информационных цепей, представляющими собой емкостную нагрузку для выходного каскада. По результатам проведенного исследования обоснованы требования к приемлемым значениям электрических сопротивлений (не более 0,1 Ом) и паразитных емкостей (не выше 200 пФ) указанных выше цепей. Реализация этих требований позволила обеспечить соответствие установленному критерию воспроизводимости метрологических характеристик акселерометров АЛЕ 055 при серийном производстве.

Для оценки воспроизводимости коэффициента преобразования использованы результаты определения его значений при проведении входного контроля у потребителя. Анализ результатов входного контроля позволяет сделать следующие выводы:

 при оценке абсолютных значений коэффициентов преобразования невоспроизводимость характеризуется систематической погрешностью, достигающей 0,07 %;

– температурные погрешности акселерометров как характеристики приращений коэффициентов преобразования в установленных интервалах температур соответствуют требованиям КД.

Анализ условий невоспроизводимости показал, что ее причинами являются:

– различие оборудования: при входном контроле вместо оптической делительной головки ОДГЭ-5 (точность задания угла $\pm 5''$) использовано устройство с механическим отсчетом и минимальной ценой деления 1°;

 – отличие значений коммутируемого выходного тока акселерометра при оценке повторяемости и воспроизводимости: для выходной микросхемы типа 564ЛА10 изменение значения коммутируемого тока различным образом влияет на длительность переднего и заднего фронтов выходных импульсов, приводя к увеличению невоспроизводимости;

 – отсутствие информации о точном значении модуля гравитационного ускорения на рабочих местах потребителя, в связи с чем для расчета коэффициентов преобразования используется значение ускорения свободного падения для широты места расположения предприятияпотребителя.

Заключение

1. Для повышения повторяемости метрологических характеристик прецизионных акселерометров АЛЕ 055 в процессе серийного производства необходимо обеспечить высокую степень идентичности параметров множества рабочих мест. При соответствии эталонного оборудования для воспроизведения измеряемого параметра и измерения выходного сигнала требованиям КД наибольшее влияние на воспроизводимость оказывают неидентичность коммутирующих устройств и различие токов нагрузки выходного каскада акселерометра. Экспериментально подтверждено, что идентичность коммутирующих устройств можно считать удовлетворительной при электрических сопротивлениях цепей питания не более 0,1 Ом и паразитных емкостях информационных цепей не более 200 пФ.

2. Для обеспечения воспроизводимости при проведении входного контроля прецизионных акселерометров необходимо обеспечивать соответствие рабочих мест условиям по п. 1 настоящего заключения. Кроме этого, обязательной является необходимость проведения гравиметрической экспертизы рабочих мест предприятия-потребителя.

3. Для обеспечения идентификации условий контроля выходного сигнала между предприятиями-поставщиками и предприятиями-потребителями должны приниматься компромиссные решения, учитывающие особенности задания требований к ним в техническом задании и особенностью условий эксплуатации на изделиях.

Список литературы

- 1. ГОСТ Р ИСО 5725-1-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. – 75 с.
- Проектирование низкочастотных акселерометров с нормируемыми динамическими характеристиками / В. В. Алавердов, А. В. Гориш, Е. А. Мокров, А. А. Папко. – М. : Моск. академия рынка труда и информационных технологий, 2001. – 75 с.
- Мокров, Е. А. Статико-динамические акселерометры для ракетно-космической техники / Е. А. Мокров, А. А. Папко. – Пенза : ПАИИ, 2004. – 164 с.

Папко Антонина Алексеевна

доктор технических наук, главный конструктор направления, Научно-исследовательский институт физических измерений E-mail: inercial@niifi.ru

Кирянина Ирина Владимировна

начальник отдела, Научно-исследовательский институт физических измерений E-mail: inercial@niifi.ru

Комбарова Ирина Владимировна

начальник группы, Научно-исследовательский институт физических измерений E-mail: inercial@niifi.ru

Papko Antonina Alekseevna

doctor of technical sciences, chief designer, Scientific-research Institute of physical measurements

Kirjanina Irina Vladimirovna

head of the department, Scientific-research Institute of physical measurements

Kombarova Irina Vladimirovna

head of the group, Scientific-research Institute of physical measurements

УДК 53.088.3

Папко, А.А.

Об исследовании повторяемости и воспроизводимости метрологических характеристик прецизионных акселерометров / А. А. Папко, И. В. Кирянина, И. В. Комбарова // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 21–24.

УДК 621.317.2

А. И. Заико

АЛГОРИТМЫ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

A. I. Zaiko

ALGORITHMS AND UNCERTAINTIES IN MEASUREMENTS OF DISTRIBUTIONS CHARACTERISTIC FUNCTIONS OF ERGODIC RANDOM PROCESSES

Аннотация. Приведены алгоритмы и погрешности измерений распределений и характеристических функций эргодических случайных процессов аналоговым и цифровым методами. Они получены на основе комплексного подхода к определению погрешностей.

A b s t r a c t. Algorithms and uncertainties in measurements of distributions and characteristic functions of ergodic random processes obtained by analog and digital methods are presented. they are obtained on the basis of the complex approach to uncertainties definition.

Ключевые слова: эргодические случайные процессы, распределения и характеристические функции, алгоритмы измерения, погрешности.

K e y w o r d s: ergodic random processes, distributions and characteristic functions, algorithms of measurement, uncertainties.

Введение

В статье [1] приведены известные и даны новые определения характеристик эргодических случайных процессов. Реальные алгоритмы измерения отличаются от этих определений конечной длительностью 2T и погрешностью измерения реализации x(t). Поэтому результатами измерений являются оценки этих характеристик $\langle \bullet \rangle$, неточность которых характеризуется математическими ожиданиями $m_{\delta \bullet}(\bullet)$ и ковариационными функциями $R_{\delta \bullet}(\bullet)$ их погрешностей. Они по-разному учитываются при аналоговых и цифровых измерениях. Так, при аналоговых измерениях погрешность $\delta(t) = \langle x(t) \rangle - x(t)$, где $\langle x(t) \rangle$ – получаемая в результате измерения оценка реализации x(t). При цифровых измерениях длительность измерения дискретна $2nT_0$, где T_0 – шаг равномерной дискретизации; 2n – количество таких шагов. Погрешность цифровых измерений $\delta(t_i) = x_{il} - x(t_i)$, где x_{il} – цифровой отсчет; i – номер измерения (i = -n, ..., -1, 0, 1, ..., n); l – уровень квантования (l = 1, 2, ..., g, ..., k, ..., q, ..., r, ...) [2, 3].

В данной статье приводятся алгоритмы аналоговых и цифровых измерений распределений и характеристических функций, получены математические ожидания и корреляционные функции погрешностей этих алгоритмов с применением комплексного подхода к их определению [2–5].

Распределения и характеристические функции

Оценка одномерного распределения вероятности

$$\left\langle W_{1}[X]\right\rangle = \int_{-\infty}^{X} \left\langle w_{1}[Z]\right\rangle dZ = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} W_{1}\left[X\left|\left\langle x(t)\right\rangle\right] dt = \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} W_{1}\left[X\left|t;x_{-nk},...,x_{nr}\right]dt.$$

Математическое ожидание $m_{\delta W}(X)$ и корреляционная функция $R_{\delta W}(X_1, X_2)$ ее по-грешности:

$$\begin{split} m_{\delta W}(X) &= \int_{-\infty}^{X} m_{\delta w}(Z) dZ = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\{ W_{1} \Big[X | \langle x(t) \rangle \Big] - W_{1} [X] \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ W_{1} \Big[X | t; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] - W_{1} [X] \right\} dt; \\ &R_{\delta W}(X_{1}, X_{2}) = \int_{-\infty}^{X_{1}} \int_{-\infty}^{X_{2}} R_{\delta w}(Z_{1}, Z_{2}) dZ_{1} dZ_{2} = \\ &= \frac{1}{4T^{2}} \int_{-T}^{T} \int_{-T}^{T} \left\{ W_{2} \Big[X_{1}, X_{2} | \langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{2}) \rangle \Big] - W_{1} \Big[X_{1} | \langle x(t_{1}) \rangle \Big] W_{1} \Big[X_{2} | \langle x(t_{2}) \rangle \Big] \right\} dt = \\ &= \frac{1}{4n^{2}T_{0}^{2}} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{u=-n}^{n-1} \int_{i=-n}^{n-1} \int_{u=-n}^{n-1} \left\{ W_{2} \Big[X_{1}, X_{2} | t_{1}, t_{2}; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] - \\ &- W_{1} \Big[X_{1} | t_{1}; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] W_{1} \Big[X_{2} | t_{2}; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] \Big\} dt, \end{split}$$

где $W_1[X|\bullet]$ и $W_2[X_1, X_2|\bullet]$ – одномерное и двумерное распределения вероятностей при известной оценке реализации, которая при аналоговых измерениях получается непосредственно, а при цифровых измерениях находится после восстановления ее по дискретным отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

Оценка двумерного распределения вероятности:

$$\left\langle W_{2}[X_{1};X_{2},\tau] \right\rangle = \int_{-\infty}^{X_{1}} \int_{-\infty}^{X_{2}} \left\langle w_{2}[Z_{1};Z_{2},\tau] \right\rangle dZ_{1} dZ_{2} = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} W_{2} \Big[X_{1}, X_{2} \Big| \left\langle x(t) \right\rangle, \left\langle x(t + |\tau|) \right\rangle \Big] dt = \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} W_{2} \Big[X_{1}, X_{2} \Big| t_{i}, t + |\tau|; x_{-nk}, \dots, x_{nr} \Big] dt,$$

где μ – целая часть частного $|\tau|/T_0$.

Математическое ожидание $m_{\delta W}(X_1; X_2, \tau)$ и корреляционная функция $R_{\delta W}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2)$ ее погрешности:

$$m_{\delta W}(X_{1};X_{2},\tau) = \int_{-\infty}^{X_{1}} \int_{-\infty}^{X_{2}} m_{\delta W}(Z_{1};Z_{2},\tau) dZ_{1} dZ_{2} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ W_{2} \left[X_{1}, X_{2} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau|) \rangle \right] - W_{2} \left[X_{1}; X_{2}, \tau \right] \right\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu - 1} \int_{t_{i}}^{t+T_{0}} \left\{ W_{2} \left[X_{1}, X_{2} | t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] - W_{2} \left[X_{1}; X_{2}, \tau \right] \right\} dt;$$

2014, № 1 (7)

$$R_{\delta W}\left(X_{11};X_{21},\tau_{1};X_{12};X_{22},\tau_{2}\right) = \int_{-\infty}^{X_{11}} \int_{-\infty}^{X_{21}} \int_{-\infty}^{X_{22}} R_{\delta W}\left(Z_{11};Z_{21},\tau_{1};Z_{12};Z_{22},\tau_{2}\right) dZ_{11} dZ_{21} dZ_{12} dZ_{22} = \\ = \frac{1}{\left(2T - |\tau_{1}|\right)\left(2T - |\tau_{2}|\right)} \int_{-T}^{T - |\tau_{1}|T - |\tau_{2}|} \left\{W_{4}\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|\langle x(t_{1})\rangle,\langle x(t_{1} + |\tau_{1}|)\rangle,\langle x(t_{2} + |\tau_{2}|)\rangle\right] - \\ -W_{2}\left[X_{11},X_{21}\left|\langle x(t_{1})\rangle,\langle x(t_{1} + |\tau_{1}|)\rangle\right]W_{2}\left[X_{12},X_{22}\left|\langle x(t_{2})\rangle,\langle x(t_{2} + |\tau_{2}|)\rangle\right]\right\} dt_{1} dt_{2} = \\ = \frac{1}{\left(2n - \mu_{1}\right)\left(2n - \mu_{2}\right)T_{0}^{2}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\mu_{2}-1} \int_{t_{u}}^{t_{u}+T_{0}} \left\{W_{4}\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|t_{1},t_{1} + |\tau_{1}|,t_{2},t_{2} + |\tau_{2}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right] - \\ -W_{2}\left[X_{11},X_{21}\left|t_{1},t_{1} + |\tau_{1}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]W_{2}\left[X_{12},X_{22}\left|t_{2},t_{2} + |\tau_{2}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]\right\} dt_{1} dt_{2},$$

где $W_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22}] \bullet]$ – четырехмерное распределение вероятностей при известной оценке реализации.

Оценка *п*-мерного распределения вероятности:

$$\left\langle W_n \left[X_1; X_2, \tau_{12}; ...; X_n, \tau_{1n} \right] \right\rangle = \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_n} \left\langle w_n \left[Z_1; Z_2, \tau_{12}; ...; Z_n, \tau_{1n} \right] \right\rangle dZ_1 ... dZ_n =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T - |\tau_{1n}|} W_n \left[X_1, X_2, ..., X_n \left| \left\langle x(t) \right\rangle, \left\langle x(t + |\tau_{12}|) \right\rangle, ..., \left\langle x(t + |\tau_{1n}|) \right\rangle \right] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n - \mu_{1n} - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} W_n \left[X_1, X_2, ..., X_n \left| t, t + |\tau_{12}|, ..., t + |\tau_{1n}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] dt,$$

где $W_n [X_1, X_2, ..., X_n] \bullet] - n$ -мерное условное распределение вероятностей.

Математическое ожидание $m_{\delta W}(X_1; X_2, \tau_{12}; ...; X_n, \tau_{1n})$ и корреляционная функция $R_{\delta W}(X_{11}; X_{21}, \tau_{12\cdot 1}; ...; X_{n1}, \tau_{1n\cdot 1}; X_{12}; X_{22}, \tau_{12\cdot 2}; ...; X_{n2}, \tau_{1n\cdot 2})$ ее погрешности:

$$\begin{split} m_{\delta W}\left(X_{1};X_{2},\mathfrak{r}_{12};...;X_{n},\mathfrak{r}_{1n}\right) &= \int_{-\infty}^{X_{1}} \int_{-\infty}^{X_{n}} m_{\delta w}\left(Z_{1};Z_{2},\mathfrak{r}_{12};...;Z_{n},\mathfrak{r}_{1n}\right) dZ_{1}...dZ_{n} = \\ &= \frac{1}{2T - |\mathfrak{r}_{1n}|} \int_{-T}^{T - |\mathfrak{r}_{1n}|} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n} \left| \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\mathfrak{r}_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\mathfrak{r}_{1n}|) \rangle \right] - \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n} \left| t,t + |\mathfrak{r}_{12}| \right], ...,t + |\mathfrak{r}_{1n}|; x_{-nk},...,x_{nr} \right] - \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n} \left| t,t + |\mathfrak{r}_{12}| \right], ...,t + |\mathfrak{r}_{1n}|; x_{-nk},...,x_{nr} \right] - W_{n} \left[X_{1};X_{2},\mathfrak{r}_{12};...;X_{n},\mathfrak{r}_{1n} \right] \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n} \left| t,t + |\mathfrak{r}_{12}| \right], ...,t + |\mathfrak{r}_{1n}|; x_{-nk},...,x_{nr} \right] - W_{n} \left[X_{1};X_{2},\mathfrak{r}_{12};...;X_{n},\mathfrak{r}_{1n} \right] \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n} \left| t,t + |\mathfrak{r}_{12}| \right], ...,X_{n},\mathfrak{r}_{1n} \right] \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}-1} \left\{ W_{n} \left[X_{1},X_{2},...,X_{n},X_{n},X_{n},\mathfrak{r}_{1n} \right] \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2T - |\mathfrak{r}_{1n,1}|)(2T - |\mathfrak{r}_{1n,2}|, ...,X_{n},\mathfrak{r}_{1n},X_{12}; X_{22},\mathfrak{r}_{12,2}; ...;Z_{n2},\mathfrak{r}_{1n,2}) dZ_{1n} dZ_{nn} dZ_{1n} dZ_{1n} dZ_{nn} dZ_$$

$$= \frac{1}{(2n - \mu_{1n\cdot 1})(2n - \mu_{1n\cdot 2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n\cdot 1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\mu_{1n\cdot 2}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{W_{2n} [X_{11}, X_{21}, ..., X_{n1}, X_{12}, X_{22}, ..., X_{n2}] \\ |t_1, t_1 + |\tau_{12\cdot 1}|, ..., t_1 + |\tau_{1n\cdot 1}|, t_2, t_2 + |\tau_{12\cdot 2}|, ..., t_2 + |\tau_{1n\cdot 2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}] - \\ -W_n [X_{11}, X_{21}, ..., X_{n1}|t_1, t_1 + |\tau_{12\cdot 1}|, t_1 + |\tau_{1n\cdot 1}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}] \times \\ \times W_n [X_{12}, X_{22}, ..., X_{n2}|t_2, t_2 + |\tau_{12\cdot 2}|, t_2 + |\tau_{1n\cdot 2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}] \} dt_1 dt_2,$$

где $W_{2n} [X_{11}, X_{21}, ..., X_{n1}, X_{12}, X_{22}, ..., X_{n2}] \bullet] - 2n$ -мерное условное распределение вероятностей; $|\tau_{12}| \le |\tau_{13}| \le ... \le |\tau_{1n}|; \quad \mu_{12} \le \mu_{13} \le ... \le \mu_{1n}$

Оценка двумерного взаимного распределения вероятности совместно эргодических процессов:

$$\left\langle W_{2}[X;Y,\tau] \right\rangle = \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{Y} \left\langle w_{2}[Z;H,\tau] \right\rangle dZ dH = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} W_{2} \Big[X,Y \Big| \left\langle x(t) \right\rangle, \left\langle y(t + |\tau|) \right\rangle \Big] dt = \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n - \mu - 1} \int_{t_{i}}^{t_{i} + T_{0}} W_{2} \Big[X,Y \Big| t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq} \Big] dt,$$

где $\langle w_2(Z; H, \tau) \rangle$ – оценка двумерной плотности вероятности; $W_2[X, Y| \bullet]$ – двумерное условное взаимное распределение вероятностей.

Математическое ожидание $m_{\delta W}(X;Y,\tau)$ и корреляционная функция $R_{\delta W}(X_1;Y_2,\tau_1;X_2;Y_2,\tau_2)$ ее погрешности:

$$\begin{split} m_{\delta W}(X;Y,\tau) &= \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{Y} m_{\delta w}(Z;H,\tau) dZ dH = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ W_2 \Big[X, Y \Big| \langle x(t) \rangle, \langle y(t + |\tau|) \rangle \Big] - W_2 \big[X;Y,\tau \big] \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2T - \mu} \int_{0}^{n - \mu - 1t_i + T_0} \left\{ W_2 \Big[X, Y \Big| t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq} \Big] - W_2 \big[X;Y,\tau \big] \right\} dt; \\ R_{\delta W}(X_1;Y_1,\tau_1;X_2;Y_2,\tau_2) &= \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{Y} \int_{-\infty}^{Y_2} \int_{-\infty}^{Y_2} R_{\delta w}(Z_1;H_1,\tau_1;Z_2;H_2,\tau_2) dZ_1 dH_1 dZ_2 dH_2 = \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_1|)(2T - |\tau_2|)} \int_{-T}^{T - |\tau_1|^T - |\tau_2|} \left\{ W_4 \Big[X_1,Y_1,X_2,Y_2 \Big| \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle \Big] - \\ &- W_2 \Big[X_1,Y_1 \Big| \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\tau_1|) \rangle \Big] W_2 \Big[X_2,Y_2 \Big| \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle \Big] \right\} dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_1)(2n - \mu_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n - \mu_1 - 1} \sum_{u=-n}^{n - \mu_1 - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \int_{t_i}^{t_u} \left\{ W_4 \Big[X_1,Y_1,X_2,Y_2 \Big| x_{-nk}, ..., x_{nr},y_{-ng}, ...,y_{nq} \Big] \right\} dt_1 dt_2, \end{split}$$

где $W_2[X, Y] \bullet]$ и $W_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2] \bullet]$ – двумерное и четырехмерное условные распределения вероятностей.

Оценка одномерной плотности вероятности:

$$\left\langle w_{1}[X]\right\rangle = \frac{d\left\langle W_{1}[X]\right\rangle}{dX} = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} w_{1}\left[X\left|\left\langle x(t)\right\rangle\right]dt = \frac{1}{2nT_{0}}\sum_{i=-n}^{n-1}\int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} w_{1}\left[X\left|t;x_{-nk},...,x_{nr}\right]dt.$$

Математическое ожидание $m_{\delta w}(X)$ и корреляционная функция $R_{\delta w}(X_1, X_2)$ ее по-грешности:

$$\begin{split} m_{\delta w}(X) &= \frac{dm_{\delta W}(X)}{dX} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\{ w_1 \Big[X \big| \langle x(t) \rangle \Big] - w_1 \big[X \big] \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{ w_1 \Big[X \big| t; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] - w_1 \big[X \big] \right\} dt; \\ R_{\delta w}(X_1, X_2) &= \frac{d^2 R_{\delta W}(X_1, X_2)}{dX_1 dX_2} = \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^{T} \int_{-T}^{T} \left\{ w_2 \Big[X_1, X_2 \big| \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle \Big] - \\ &- w_1 \Big[X_1 \big| \langle x(t_1) \rangle \Big] w_1 \Big[X_2 \big| \langle x(t_2) \rangle \Big] \right\} dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{4n^2 T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{u=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{ w_2 \Big[X_1, X_2 \big| t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] - \\ &- w_1 \Big[X_1 \big| t_1; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] w_1 \Big[X_2 \big| t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] \right\} dt_1 dt_2, \end{split}$$

где $w_1[X|\bullet]$ и $w_2[X_1, X_2|\bullet]$ – одномерное и двумерное условные плотности распределения вероятностей.

Оценка двумерной плотности распределения вероятности:

$$\left\langle w_2[X_1; X_2, \tau] \right\rangle = \frac{d^2 \left\langle W_2[X_1; X_2, \tau] \right\rangle}{dX_1 dX_2} = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} w_2[X_1, X_2 | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau|) \rangle] dt =$$
$$= \frac{1}{(2n - \mu)T_0} \sum_{i=-n}^{n-\mu - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} w_2[X_1, X_2 | t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}] dt.$$

Математическое ожидание $m_{\delta w}(X_1; X_2, \tau)$ и корреляционная функция $R_{\delta w}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2)$ ее погрешности:

$$\begin{split} m_{\delta w}(X_{1};X_{2},\mathbf{\tau}) &= \frac{d^{2}m_{\delta W}(X_{1};X_{2},\mathbf{\tau})}{dX_{1}dX_{2}} = \frac{1}{2T - |\mathbf{\tau}|} \int_{-T}^{T - |\mathbf{\tau}|} \left\{ w_{2} \Big[X_{1}, X_{2} \Big| \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\mathbf{\tau}|) \rangle \Big] - w_{2} \big[X_{1}; X_{2}, \mathbf{\tau} \big] \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ w_{2} \Big[X_{1}, X_{2} \Big| t, t + |\mathbf{\tau}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \Big] - w_{2} \Big[X_{1}; X_{2}, \mathbf{\tau} \big] \right\} dt; \\ &\qquad R_{\delta w}(X_{11}; X_{21}, \mathbf{\tau}_{1}; X_{12}; X_{22}, \mathbf{\tau}_{2}) = \frac{d^{4}R_{\delta W}(X_{11}; X_{21}, \mathbf{\tau}_{1}; X_{12}; X_{22}, \mathbf{\tau}_{2})}{dX_{11}dX_{21}dX_{12}dX_{22}} = \\ &= \frac{1}{(2T - |\mathbf{\tau}_{1}|)(2T - |\mathbf{\tau}_{2}|)} \int_{-T}^{T - |\mathbf{\tau}_{1}|T - |\mathbf{\tau}_{2}|} \left\{ w_{4} \Big[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} \Big| \langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{1} + |\mathbf{\tau}_{1}|) \rangle, \langle x(t_{2} + |\mathbf{\tau}_{2}|) \rangle \Big] - \\ &- w_{2} \Big[X_{11}, X_{21} \Big| \langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{1} + |\mathbf{\tau}_{1}|) \rangle \Big] w_{2} \Big[X_{12}, X_{22} \Big| \langle x(t_{2}) \rangle, \langle x(t_{2} + |\mathbf{\tau}_{2}|) \rangle \Big] dt_{1} dt_{2} = \end{split}$$

$$=\frac{1}{(2n-\mu_{1})(2n-\mu_{2})T_{0}^{2}}\sum_{i=-n}^{n-\mu_{1}-1}\sum_{u=-n}^{n-\mu_{2}-1}\int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}}\int_{t_{u}}^{t_{u}+T_{0}}\left\{w_{4}\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|t_{1},t_{1}+\left|\tau_{1}\right|,t_{2},t_{2}+\left|\tau_{2}\right|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-w_{2}\left[X_{11},X_{21}\left|t_{1},t_{1}+\left|\tau_{1}\right|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]w_{2}\left[X_{12},X_{22}\left|t_{2},t_{2}+\left|\tau_{2}\right|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]\right\}dt_{1}dt_{2},$$

где $w_4 \left[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} \right] -$ четырехмерная условная плотность распределения вероятностей.

Оценка *п*-мерной плотности распределения вероятности, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\begin{split} \left\langle w_{n} \left[X_{1}; X_{2}, \tau_{12}; ...; X_{n}, \tau_{1n} \right] \right\rangle &= \frac{d^{n} \left\langle W_{1} \left[X_{1}; X_{2}, \tau_{12}; ...; X_{n}, \tau_{1n} \right] \right\rangle}{dX_{1}...dX_{n}} \\ &= \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T - |\tau_{1n}|} w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right] dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{t=-n}^{n + \mu_{1} - 1t_{t} + T_{0}} w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | t, t + |\tau_{12}|, ..., t + |\tau_{1n}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] dt; \\ &m_{\delta w} \left(X_{1}; X_{2}, \tau_{12}; ...; X_{n}, \tau_{1n} \right) = \frac{d^{n} m_{\delta W} \left(X_{1}; X_{2}, \tau_{12}; ...; X_{n}, \tau_{1n} \right)}{dX_{1}...dX_{n}} = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \int_{-T}^{n - \mu_{1n}} \int_{t_{t_{t}}}^{T - |\tau_{t_{t_{t}}}|} \left[w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right]^{-} \right] dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \int_{t_{t-n}}^{n - \mu_{t_{t}} - 1t_{t} + T_{0}} \left[w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right]^{-} \right] dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \int_{t_{t-n}}^{n - \mu_{t_{t}} - 1t_{t} + T_{0}} \left[w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right] \right] dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \int_{t_{t-n}}^{n - \mu_{t_{t}} - 1t_{t} + T_{0}} \left\{ w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right] \right] dt; \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \int_{t_{t-n}}^{n - \mu_{t}} \left\{ w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, ..., \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle \right] \right\} dt; \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_{1n}|)} \left[(2T - |\tau_{1n}|) \right] \int_{t_{t-1}}^{n - \mu_{t}} \left\{ w_{n} \left[X_{1}, X_{2}, ..., X_{n} | \langle x(t_{1}| X_{2}|, ..., X_{n}| X_{1}| X_{2}|, ..., X_{n}| X_{1}| X_{2}| X_{$$

где $w_n \begin{bmatrix} X_1, X_2, ..., X_n \\ \bullet \end{bmatrix}$ и $w_{2n} \begin{bmatrix} X_{11}, X_{21}, ..., X_{n1}, X_{12}, X_{22}, ..., X_{n2} \\ \bullet \end{bmatrix} - n$ -мерная и 2*n*-мерная условные плотности распределения вероятности; $|\tau_{12}| \le |\tau_{13}| \le ... \le |\tau_{1n}|$; $\mu_{12} \le \mu_{13} \le ... \le \mu_{1n}$.

Оценка двумерной взаимной плотности распределения вероятности совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\begin{split} \left\langle w_{2}\left[X;Y,\tau\right]\right\rangle &= \frac{d^{2}\left\langle W_{1}\left[X_{1};Y,\tau\right]\right\rangle}{dXdY} = \frac{1}{2T-|\tau|} \int_{-T}^{T-|\tau|} w_{2}\left[X,Y|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\tau|)\rangle\right]dt = \\ &= \frac{1}{(2n-\mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} w_{2}\left[X,Y|t,t+|\tau|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{ng}\right]dt; \\ m_{\delta w}\left(X;Y,\tau\right) &= \frac{d^{2}m_{\delta W}\left(X;Y,\tau\right)}{dXdY} = \frac{1}{2T-|\tau|} \int_{-T}^{T-|\tau|} \left\{w_{2}\left[X,Y|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\tau|)\rangle\right] - w_{2}\left[X;Y,\tau\right]\right\}dt = \\ &= \frac{1}{(2n-\mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{w_{2}\left[X,Y|t,t+|\tau|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right] - w_{2}\left[X;Y,\tau\right]\right\}dt; \\ R_{\delta w}\left(X_{1};Y_{1},\tau_{1};X_{2};Y_{2},\tau_{2}\right) &= \frac{d^{4}R_{\delta W}\left(X_{1};Y_{1},\tau_{1};X_{2};Y_{2},\tau_{2}\right)}{dX_{1}dY_{1}dX_{2}dY_{2}} = \frac{1}{(2T-|\tau_{1}|)(2T-|\tau_{2}|)} \times \\ &\times \int_{-T}^{T-|\tau_{i}|T-|\tau_{2}|} \left\{w_{4}\left[X_{1},Y_{1},X_{2},Y_{2}|\langle x(t_{1})\rangle,\langle y(t_{1}+|\tau_{1}|)\rangle,\langle x(t_{2})\rangle,\langle y(t_{2}+|\tau_{2}|)\rangle\right] - \\ &-w_{2}\left[X_{1},Y_{1}|\langle x(t_{1})\rangle,\langle y(t_{1}+|\tau_{1}|)\rangle\right] w_{2}\left[X_{2},Y_{2}|\langle x(t_{2})\rangle,\langle y(t_{2}+|\tau_{2}|)\rangle\right]\right\}dt_{1}dt_{2} = \\ &= \frac{1}{(2n-\mu_{1})(2n-\mu_{2})T_{0}^{2}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\mu_{1}-1} \int_{t_{i}}^{u+T_{0}} \left\{w_{4}\left[X_{1},Y_{1},X_{2},Y_{2}\left|t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|,t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},Y_{-ng},...,Y_{nq}\right]\right\}dt_{1}dt_{2}, \end{split}$$

где $w_2[X, Y|\bullet]$ и $w_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2|\bullet]$ – условные плотности вероятностей.

Оценка одномерной характеристической функции и характеристики ее погрешности со-ответственно:

$$\left\langle \theta_{1}[j\mathbf{v}] \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle w_{1}[X] \right\rangle e^{j\mathbf{v}X} dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \theta_{1} \left[j\mathbf{v} | \langle x(t) \rangle \right] dt = \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \theta_{1} \left[j\mathbf{v} | t; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] dt;$$

$$m_{\delta\theta}(j\mathbf{v}) = \int_{-\infty}^{\infty} m_{\delta w}(X) e^{j\mathbf{v}X} dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\{ \theta_{1} \left[j\mathbf{v} | \langle x(t) \rangle \right] - \theta_{1} \left[j\mathbf{v} \right] \right\} dt =$$

$$= \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ \theta_{1} \left[j\mathbf{v} | t; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] - \theta_{1} \left[j\mathbf{v} \right] \right\} dt ;$$

$$R_{\delta\theta}(j\mathbf{v}_{1}, j\mathbf{v}_{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta w}(X_{1}, X_{2}) e^{j(\mathbf{v}_{1}X_{1} + \mathbf{v}_{2}X_{2})} dX_{1} dX_{2} =$$

$$= \frac{1}{4T^{2}} \int_{-T}^{T} \left\{ \theta_{2} \left[j\mathbf{v}_{1}, j\mathbf{v}_{2} | \langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{2}) \rangle \right] - \theta_{1} \left[j\mathbf{v}_{1} | \langle x(t_{1}) \rangle \right] \theta_{1} \left[j\mathbf{v}_{2} | \langle x(t_{2}) \rangle \right] \right\} dt_{1} dt_{2} =$$

$$= \frac{1}{4n^{2}T_{0}^{2}} \int_{-T}^{T} \left\{ \theta_{2} \left[j\mathbf{v}_{1}, j\mathbf{v}_{2} | \langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{2}) \rangle \right] - \theta_{1} \left[j\mathbf{v}_{1} | t_{1}; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] \theta_{1} \left[j\mathbf{v}_{2} | t_{2}; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] \right\} dt_{1} dt_{2}.$$

где $\theta_1[jv|\bullet]$ и $\theta_2[jv_1, jv_2|\bullet]$ – условные характеристические функции.

=

Оценка *п*-мерной характеристической функции, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\left\langle \Theta_{n} \left[j \nu_{1}; j \nu_{2}, \tau_{12}; ...; j \nu_{n}, \tau_{1n} \right] \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle w_{n} \left[X_{1}; X_{2}, \tau_{12}; ...; X_{n}, \tau_{1n} \right] \right\rangle e^{j(\nu_{1}X_{1}+\nu_{2}X_{2}+...+\nu_{n}X_{n})} dX_{1} ... dX_{n} = \\ = \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T - |\tau_{1n}|} \Theta_{n} \left[j \nu_{1}, j \nu_{2}, ..., j \nu_{n} \left| \left\langle x(t) \right\rangle, \left\langle x(t + |\tau_{12}|) \right\rangle, ..., \left\langle x(t + |\tau_{1n}|) \right\rangle \right] dt = \\ = \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_{0}} \sum_{i=-n}^{n - \mu_{1n} - 1} \int_{t_{i}}^{t_{i} + T_{0}} \Theta_{n} \left[j \nu_{1}, j \nu_{2}, ..., j \nu_{n} \left| t, t + |\tau_{12}|, ..., t + |\tau_{1n}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] dt;$$

$$m_{\delta\theta}(j\nu_{1};j\nu_{2},\tau_{12};...;j\nu_{n},\tau_{1n}) = \int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} m_{\delta w}(X_{1};X_{2},\tau_{12};...;X_{n},\tau_{1n})e^{j(\nu_{1}X_{1}+\nu_{2}X_{2}+...+\nu_{n}X_{n})}dX_{1}...dX_{n} = 0$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T - |\tau_{1n}|} \left\{ \begin{array}{l} \Theta_n \left[j\nu_1, j\nu_2, ..., j\nu_n \left| \left\langle x(t) \right\rangle, \left\langle x(t + |\tau_{12}|) \right\rangle, ..., \left\langle x(t + |\tau_{1n}|) \right\rangle \right] - \right\} dt = \\ - \Theta_n \left[j\nu_1; j\nu_2, \tau_{12}; ...; j\nu_n, \tau_{1n} \right] \end{array} \right\} dt = \\ = \frac{1}{(2n - \mu_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n - \mu_{1n} - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \left\{ \Theta_n \left[j\nu_1, j\nu_2, ..., j\nu_n \left| t, t + |\tau_{12}|, ..., t + |\tau_{1n}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] - \\ - \Theta_n \left[j\nu_1; j\nu_2, \tau_{12}; ...; j\nu_n, \tau_{1n} \right] \right\} dt;$$

$$R_{\delta\theta}(jv_{11}; jv_{21}, \tau_{12\cdot 1}; ...; jv_{n1}, \tau_{1n\cdot 1}; jv_{12}; jv_{22}, \tau_{12\cdot 2}; ...; jv_{n2}, \tau_{1n\cdot 2}) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta w}(X_{11}; X_{21}, \tau_{12\cdot 1}; ...; X_{n1}, \tau_{1n\cdot 1}; X_{12}; X_{22}, \tau_{12\cdot 2}; ...; X_{n2}, \tau_{1n\cdot 2}) \times$$

$$\times e^{j(v_{11}X_{11}+v_{21}X_{21}+...+v_{n1}X_{n1}+v_{12}X_{12}+v_{22}X_{22}+...+v_{n2}X_{n2})} dX_{11}...dX_{n1}dX_{12}...dX_{n2} =$$

$$= \frac{1}{(2T - |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 1}|)(2T - |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|)} \int_{-T}^{T - |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|} \int_{-T}^{T - |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|} \left\{ \Theta_{2n} \left[j \nu_{11}, j \nu_{21}, ..., j \nu_{n1}, j \nu_{12}, j \nu_{22}, ..., j \nu_{n2} \right] \\ |\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 1}|) \rangle, ..., \langle x(t_1 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 1}|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 2}|) \rangle, ..., \langle x(t_2 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|) \rangle \right] - \\ - \Theta_n \left[j \nu_{11}, j \nu_{21}, ..., j \nu_{n1} \left| \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 1}|) \rangle, ..., \langle x(t_1 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 1}|) \rangle \right] \times \\ \times \Theta_n \left[j \nu_{12}, j \nu_{22}, ..., j \nu_{n2} \left| \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 2}|) \rangle, ..., \langle x(t_2 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 1}|) \rangle \right] \right\} dt_1 dt_2 = \\ = \frac{1}{(2n - \mu_{1n\cdot 1})(2n - \mu_{1n\cdot 2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n - \mu_{1n\cdot 1} - n - \mu_{1n\cdot 2} - 1t_i + T_0 t_u + T_0} \left\{ \Theta_{2n} \left[j \nu_{11}, j \nu_{21}, ..., j \nu_{n1}, j \nu_{12}, j \nu_{22}, ..., j \nu_{n2} \right] \\ |t_1, t_1 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 1}|, ..., t_1 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 1}|, t_2, t_2 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 2}|, ..., t_2 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] \times \\ \times \Theta_n \left[j \nu_{12}, j \nu_{22}, ..., j \nu_{n2} \left| t_2, t_2 + |\mathbf{\tau}_{12\cdot 2}|, ..., t_2 + |\mathbf{\tau}_{1n\cdot 2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr} \right] \right\} dt_1 dt_2,$$

где $\theta_n [jv_{11}, jv_{21}, ..., jv_{n1}|\bullet]$ и $\theta_{2n} [jv_{11}, jv_{21}, ..., jv_{n1}, jv_{12}, jv_{22}, ..., jv_{n2}|\bullet] - n$ -мерные и 2*n*-мерные условные характеристические функции.

Оценка двумерной взаимной характеристической функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

2014, № 1 (7)

 $\langle \Theta_2[j\nu;j\eta,\tau] \rangle = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \langle w_2[X;Y,\tau] \rangle e^{j(\nu X + \eta Y)} dX dY =$ $=\frac{1}{2T-|\tau|}\int_{0}^{T-|\tau|} \theta_{2}\left[j\nu, j\eta | \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\tau|) \rangle\right] dt =$ $=\frac{1}{(2n-\mu)T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\Theta_2\Big[j\nu,j\eta\Big|t,t+\big|\tau\big|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\Big]dt;$ $m_{\delta\theta}(j\nu;j\eta,\tau) =$ $= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m_{\delta w}(X;Y,\tau) e^{j(\nu X+\eta Y)} dX dY = \frac{1}{2T-|\tau|} \int_{-\infty}^{T-|\tau|} \left\{ \Theta_2 \left[j\nu, j\eta | \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\tau|) \rangle \right] - \Theta_2 \left[j\nu, j\eta, \tau \right] \right\} dt = \frac{1}{2T-|\tau|} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \Theta_2 \left[j\nu, j\eta | \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\tau|) \rangle \right] - \Theta_2 \left[j\nu, j\eta, \tau \right] \right\} dt = \frac{1}{2T-|\tau|} \int_{-\infty}^{T-|\tau|} \left\{ \Theta_2 \left[j\nu, j\eta | \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\tau|) \rangle \right] - \Theta_2 \left[j\nu, j\eta, \tau \right] \right\} dt$ $=\frac{1}{(2n-\mu)T_{0}}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int_{t}^{t_{i}+t_{0}}\left\{\theta_{2}\left[j\nu,j\eta|t,t+|\tau|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]-\theta_{2}\left[j\nu,j\eta,\tau\right]\right\}dt;$ $R_{\delta\theta}(j\nu_1;j\eta_1,\tau_1;j\nu_2;j\eta_2,\tau_2) =$ $= \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} R_{\delta w} (X_{1}; Y_{1}, \tau_{1}; X_{2}; Y_{2}, \tau_{2}) e^{j(v_{1}X_{1} + \eta_{1}Y_{1} + v_{2}X_{2} + \eta_{2}Y_{2})} dX_{1} dY_{1} dX_{2} dY_{2} =$ $=\frac{1}{(2T-|\tau_1|)(2T-|\tau_2|)}\int_{-}^{T-|\tau_1|T-|\tau_1|}\left\{\Theta_4\left[j\nu_1,j\eta_1,j\nu_2,j\eta_2\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle y(t_1+|\tau_1|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle y(t_2+|\tau_2|)\rangle\right.\right]-\right.$ $-\theta_{2}\left[jv_{1},j\eta_{1}\left|\left\langle x(t_{1})\right\rangle,\left\langle y(t_{1}+|\tau_{1}|\right)\right\rangle\right]\theta_{2}\left[jv_{2},j\eta_{2}\left|\left\langle x(t_{2})\right\rangle,\left\langle y(t_{2}+|\tau_{2}|\right)\right\rangle\right]\right\}dt_{1}dt_{2}=0$ $-\theta_{2}\left[j\nu_{1},j\eta_{1}\begin{vmatrix}t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\end{vmatrix}\theta_{2}\left[j\nu_{2},j\eta_{2}\begin{vmatrix}t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\end{vmatrix}\right]dt_{1}dt_{2}.$

Выводы

Полученные на основе комплексного подхода математические ожидания и корреляционные функции погрешностей результатов измерений позволяют адекватно, во взаимодействии между собой, учесть влияние конечной длительности и погрешностей реализации для аналоговых и цифровых измерений распределений и характеристических функций случайных процессов. Они исключают некорректное суммирование этих элементарных погрешностей.

Список литературы

- Заико, А. И. Определения характеристик эргодических случайных процессов / А. И. Заико // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2012. – № 2. – С. 30–34.
- Заико, А. И. Случайные процессы. Модели и измерения : учеб. пособие / А. И. Заико. М. : Изд-во МАИ, 2006. – 297 с.
- 3. Заико, А. И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик / А. И. Заико // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16, № 6 (51). С. 74–85.
- 4. Заико, А. И. Комплексный подход к определению погрешностей / А. И. Заико // Датчики и системы (ИКА). – 2007. – № 8 (99). – С. 52–59.
- Zaiko, A. I. Accuracy of statistic and spectral Measurements / A. I. Zaiko, N. A. Zaiko // Proceedings XVII IMEKO World Congress «Metrology in the 3rd Millenium». Dubrovnik : Croatia, 2003. – P. 1275–1279.

Заико Александр Иванович

доктор технических наук, профессор, кафедра теоретических основ электротехники, Уфимский государственный авиационный технический университет E-mail: zaiko@ugatu.ac.ru

Zaiko Aleksandr Ivanovich

doctor of technical science, professor, sub-department of theoretical fundamentals of electrical engineering, Ufa State Aviation Technical University

УДК 621.317.2

Заико, А. И.

Алгоритмы и погрешности измерений распределений и характеристических функций эргодических случайных процессов / А. И. Заико // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 25–34.

П. Г. Михайлов, Е. А. Мокров, В. В. Скотников, Д. А. Тютюников, В. А. Петрин

ВОПРОСЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ БЫСТРОПЕРЕМЕННЫХ ДАВЛЕНИЙ

P. G. Mikhailov, E. A. Mokrov, V. V. Skotnikov, D. A. Tyutyunikov, V. A. Petrin

THE SYNTHESIS AND ANALYSIS OF METROLOGICAL MODELS OF PIEZOELECTRIC SENSORS RAPIDLY VARYING PRESSURE

А н н о т а ц и я. Статья посвящена разработке инженерных математических моделей элементов и узлов пьезоэлектрических датчиков, используемых для измерения быстропеременных давлений и пульсаций давлений жидкостей и газов в различных изделиях и агрегатах ракетно-космической и авиационной техники. Представлены математические модели в виде структурных моделей, уравнений, графиков и числовых величин. Проведен анализ влияния различных факторов на точность измерения датчика. Метрологические модели узлов и датчика в целом позволяют определить величину и структуру погрешностей датчика с целью дальнейшей ее минимизации.

A b s t r a c t. The article is devoted to the development of mathematical models of engineering components and assemblies of piezoelectric sensors used to measure rapidly varying pressures and pressure pulsations of liquids and gases in a variety of products and units of rocket and space and aviation technology. Mathematical models in the form of structural models , equations , graphs and numerical values. We analyze the influence of various factors on the accuracy of the sensor. Metrology and sensor node model as a whole, allow us to determine the size and structure of the sensor errors , in order to further minimize it .

Ключевые слова: математическая модель, анализ, синтез, упругий элемент, передаточная функция, погрешность, датчик, физическая величина, быстропеременный, давление, влияющий фактор.

K e y w o r d s: mathematical model, analysis, synthesis, an elastic member, the transfer function, the error sensor, the physical quantity of rapidly, pressure, influence factor.

Математическое моделирование является в настоящее время обязательной процедурой в процессе разработки и модернизации измерительных приборов, в том числе и датчиков физических величин (ДФВ). Большинство ДФВ являют собой сложные гетерогенные структуры, состоящие из конструктивных узлов различной конфигурации и назначения, в которых объединены элементы, изготовленные из различных материалов, поэтому единую математическую модель датчика невозможно разработать [1]. Кроме того, в датчиках используются различные физические эффекты, которые описываются значительно различающимися математическими аппаратами (тензорный анализ, уравнения Максвелла, уравнения математической физики и пр.), что также сильно затрудняет создание сквозных моделей ДФВ. Поэтому на практике используют построение математических моделей в соответствии с декомпозицией

ДФВ [2, 3]. При этом в зависимости от уровня ДФВ проводят синтез таких математических моделей, как структурные, деформационные, энергетические, метрологические и пр., которые позволяют оптимизировать конструкцию датчика и его технические характеристики [4–6].

Разработку одной из таких математических моделей – метрологической модели (ММ) – рассмотрим применительно к пьезоэлектрическим датчикам быстропеременных давлений (ДБД) [7]. Синтез такой ММ базируется на структурной и функциональной моделях ДБД. При этом ММ позволяет установить связи между погрешностями ДБД в целом и погрешностями его отдельных структурных элементов.

1. Метрологические характеристики упругого элемента

Упругий элемент (УЭ) как измерительный преобразователь ДБД имеет структурную схему, представленную на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема упругого элемента

Преобразуемая величина x_1 воздействует на УЭ, и на выходе его получается выходная величина y_1 в соответствии с функцией преобразования (ФП):

$$Y_1 = SX_1, \tag{1}$$

где *S*₁ – чувствительность УЭ.

Так как для реализации преобразования (1) используется закон Гука, чувствительность УЭ не зависит от входной величины и ФП принимается линейной. Поэтому УЭ характеризуется номинальной входной величиной $x_{\text{ном}}$ и соответствующей ей номинальной выходной величиной $y_{\text{ном}}$. Тогда, исходя из определения ФП, чувствительность УЭ можно записать в виде

$$S_1 = \frac{y_{\text{HOM}}}{x_{\text{HOM}}}.$$
 (2)

Однозначность зависимости между входной и выходной величинами обеспечивается неизменностью чувствительности УЭ. Если $S_1 = \text{const}$, то ФП изображается прямой линией 1, приведенной на рис. 2. Каждому значению входной величины x_i соответствует единственное значение выходной величины y_i . Упругий элемент при этом условии теоретически не имеет погрешности. Однако условие S = const на практике никогда не обеспечивается. На чувствительность УЭ воздействуют различные влияющие факторы: климатические, механические нагрузки, различные поля, включая и гравитацию, временной фактор и др. [8].

Измеряемая величина также влияет на чувствительность УЭ. Например, при действии силы на УЭ ее увеличение приводит к увеличению жесткости УЭ и его чувствительность с увеличением силы уменьшается (линия 2). Это является одной из причин возникновения погрешности от нелинейности $\Delta_{\rm H}$ (нелинейность). Причинами нелинейности могут быть неоднозначное восприятие входной величины при ее изменении и упругие несовершенства материала УЭ. Упругие несовершенства материала приводят к появлению и другой погрешности – погрешности от гистерезиса $\Delta_{\rm r}$ (вариация показаний). Данная погрешность проявляется в том, что при увеличении (линия 3) и уменьшении входной величины x_i значения выходной величины y_i не совпадают.

При действии линейных ускорений УЭ деформируется за счет сил инерции, в результате чего появляется погрешность от воздействия линейных ускорений Δ_{n} . Эта погрешность по своей природе является аддитивной погрешностью, так как сдвигает ФП параллельно самой себе на величину Δ_{n} (прямая 5).

Если на УЭ одновременно с линейными ускорениями действуют вибрационные нагрузки, то на прямую 5 накладываются соответствующие вибрациям сигналы (линия 6) и
возникает погрешность от воздействия вибраций Δ_f , которая по природе тоже является аддитивной.



Рис. 2. График семейства функций преобразования упругого элемента

Действие времени на УЭ проявляется в изменении свойств материала, из которого он изготовлен. В материале УЭ происходят временные процессы, приводящие к различного рода фазовым переходам, в результате чего может измениться как модель упругости, а значит и наклон ФП, так и геометрические размеры, что приводит к сдвигу ФП (изменению начального уровня). Изменения ФП, вызванные действием временного фактора, характеризуются временной погрешностью $\Delta_{\rm B}$.

Существенное влияние на чувствительность УЭ оказывает температура. При изменении температуры изменяются геометрические размеры УЭ и модуль упругости материала, что приводит к изменению чувствительности УЭ. Обычно с увеличением температуры увеличивается чувствительность УЭ, т.е. увеличивается наклон прямой, изображающей ФП (прямая 4). Изменение чувствительности за счет изменения температуры называется мультипликативной температурной погрешностью Δ_s .

Изменение ФП (нуля и чувствительности) может быть вызвано и другими влияющими факторами: радиацией, влажностью, давлением окружающей среды и т.д.

Действие каждого влияющего фактора вызывает появление соответствующей погрешности, в результате чего ФП может иметь любое значение, лежащее в области возможных значений (на рис. 2 – между прямыми 1' и 1''). Ширина этой области и положение ее относительно координат x и y определяют точностные свойства УЭ. Чем она уже и чем она меньше сдвинута относительно начала координат, тем точнее УЭ, тем меньшую погрешность Δ (основную погрешность) он имеет. Значение основной погрешности зависит от ее составляющих. Погрешности от нелинейности, гистерезиса, температурные, временные и т.д. являются составляющими основной погрешности. Чем меньше величины составляющих основной погрешности, тем меньше величина основной погрешности. Наличие погрешностей нарушает однозначность между входной и выходной величинами. Одному значению входной величины x_i могут соответствовать множество значений выходной (от y'_i до y_i''). Таким образом, номинальная входная величина, основная погрешность и составляющие основной погрешность определяют реальную ФП и являются метрологическими характеристиками УЭ.

2. Синтез моделей погрешностей упругого элемента

ФП УЭ в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$y_1 = S_1 \cdot (x, x_1, x_2, ..., x_n) \cdot x + b \cdot (x, x_1, x_2, ..., x_n),$$
(3)

где $S_1(x, x_1, x_2, ..., x_n)$ – коэффициент преобразования УЭ, в общем случае являющийся функцией измеряемой величины x и совокупности влияющих величин $x_1, ..., x_n$; $b(x, x_1, x_2, ..., x_n)$ – начальное значение выходного сигнала (при x = 0), в общем случае являющееся также функцией величин $x, x_1, x_2, ..., x_n$.

В более компактной форме уравнение (3) можно представить:

$$y_1 = S_1 x + b, \tag{4}$$

учитывая, что S_1 и *b* есть сложные функции многих аргументов.

По влиянию на результирующую точность измерения все погрешности измерительных преобразователей делятся на два вида: аддитивную (погрешность нуля) и мультипликативную (погрешность чувствительности).

При наличии только аддитивной составляющей погрешности функция преобразования УЭ принимает вид

$$y_1 = S_1 \left(x + \Delta_0 \right), \tag{5}$$

где Δ_0 – абсолютная погрешность нулевого уровня, или аддитивная абсолютная погрешность.

При наличии только мультипликативной составляющей погрешности функция преобразования УЭ принимает вид

$$y_1 = S_1 \left(x + \delta_1 \right) x,\tag{6}$$

где δ_1 – относительная погрешность чувствительности, или относительная мультипликативная погрешность.

Для конкретных УЭ может преобладать одна из этих составляющих погрешности, тогда другой составляющей можно пренебречь.

Самый распространенный на практике случай – это ситуация, при которой имеет место как аддитивная, так и мультипликативная составляющие погрешности.

При этом функция преобразования УЭ имеет вид

$$y_1 = S_1 \left(x + \delta_1 \right) \cdot \left(x + \Delta_0 \right). \tag{7}$$

Считая влияющие величины независимыми, определяем абсолютную систематическую погрешность как полный дифференциал сложной линейной функции вида (3). Тогда

$$dy_1 = x \sum_{i=1}^n \frac{\partial S_1}{\partial x_i} dx_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial b}{\partial x_i} dx_i.$$
(8)

Разделив (8) на y_1 , получим величину относительной систематической погрешности:

$$\gamma_{y} = \frac{dy_{1}}{y_{1}} = \frac{x}{y_{1}} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial S_{1}}{\partial x_{i}} dx_{i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_{1}} \frac{\partial b}{\partial x_{i}} dx_{i} , \qquad (9)$$

где *S*₁ – коэффициент преобразования УЭ.

В выражении (9) величина

$$\frac{x}{y_1}\frac{\partial S_1}{\partial x_i} = \frac{\partial S_1 / S_1}{\partial x_i}$$
(10)

определяет относительное изменение коэффициента преобразования, вызванное изменением влияющего фактора *x_i*. Эту величину называют относительной мультипликативной чувствительностью УЭ к влияющему фактору *x_i* и обозначают *S_{ki}*. Введем величину

$$\frac{1}{y_{\rm np}}\frac{\partial b}{\partial x_i},\tag{11}$$

где *у*_{пр} – значение выходного сигнала, соответствующее пределу измерения УЭ.

Эта величина характеризует относительное изменение начального уровня выходного сигнала УЭ, вызванного изменением влияющего фактора x_i , называется она относительной аддитивной чувствительностью УЭ к влияющему фактору x_i .

Используя введенные обозначения и переходя в выражении (9) к конечным приращениям, получим

$$\gamma_{y} = \sum_{i=1}^{n} S_{ki} \Delta x_{i} + (y_{np} / y) \sum_{i=1}^{n} S_{bi} \Delta x_{i}.$$
 (12)

Для анализа систематических погрешностей необходимы следующие данные:

выражение для функции преобразования УЭ;

- перечень влияющих факторов и параметры законов их изменения;

– зависимости аргументов, входящих в функцию преобразования, от влияющих факторов. Чувствительность мембраны (УЭ) по деформации определяется по формуле

$$S_1 = \frac{B_{\rm M}}{Eh^2},\tag{13}$$

где $B_{\rm M}$ – конструктивный коэффициент чувствительности мембраны; h – толщина мембраны; E – модуль упругости материала УЭ (мембраны).

Толщина мембраны *h* определяется из выражения для площади поперечного сечения мембраны *s*:

$$h = \frac{s}{2\pi R} \,. \tag{14}$$

Тогда выражение для коэффициента преобразования (чувствительности по деформации) мембраны принимает вид

$$S_{1} = \frac{B_{\rm M}}{E \frac{s'^{2}}{4\pi^{2}R^{2}}} = \frac{4\pi^{2}R^{2}B_{\rm M}}{Es'^{2}}.$$
(15)

Наибольшее влияние на чувствительность УЭ в разрабатываемом датчике оказывает температура. При изменении температуры изменяются геометрические размеры УЭ и модуль упругости материала, что приводит к изменению чувствительности УЭ.

Проведем синтез метрологической модели образования погрешности в случае одного влияющего фактора – температуры. В этом случае формула (12) принимает вид

$$\gamma_{yt} = S_{kt} \Delta T + S_{bt} \Delta T y_{np} / y , \qquad (16)$$

где S_{kt} – относительная аддитивная чувствительность мембраны к температуре; S_{bt} – относительная мультипликативная чувствительность мембраны к температуре; ΔT – изменение температуры.

Относительная мультипликативная чувствительность *S_{kt}* определяется как производная сложной функции, поскольку различные сомножители коэффициента преобразования мембраны являются функциями температуры:

$$S_{kt} = \frac{1}{S_1} \frac{\partial \left(4\pi^2 R^2 B_{\rm M} / Es^2\right)}{\partial t} = \frac{1}{S_1} \left(-\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{2}{s} \frac{\partial s}{\partial t}\right) \frac{4\pi^2 R^2 B_{\rm M}}{Es^2}.$$
(17)

Коэффициенты $\alpha_E = dE/dt$ и $\alpha_s = ds/dt$ для соответствующих материалов находятся по справочнику как температурные коэффициенты модуля упругости и линейного расширения.

С учетом введенных обозначений величину *S_{kt}* можно выразить следующим образом:

$$S_{kt} = -\frac{\alpha_E}{E} - 2\frac{\alpha_s}{s}.$$
 (18)

В полученном выражении α_{*E*} и α_{*s*} являются составляющими мультипликативной температурной погрешности УЭ.

Таким образом, относительная мультипликативная температурная погрешность УЭ может быть определена как

$$\delta_1 = -\alpha_E - 2\alpha_s \,. \tag{19}$$

По справочным данным, для материала мембраны – сплава ХН67МБЮ-ВД (ЭП-782) ТУ 14-1-2705-79 – температурный коэффициент линейного расширения $\alpha_s = 11,96 \cdot 10^{-4} \% / °C$, температурный коэффициент модуля упругости $\alpha_E = 24 \cdot 10^{-4} \% / °C$.

Тогда численная модель погрешности

$$\delta_1 = -24 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 11,96 \cdot 10^{-4} = -47,92 \cdot 10^{-4} \% / °C = -0,004792 \% / °C.$$

3. Синтез математической модели функции преобразования пьезоэлектрического модуля

В пьезоэлектрическом измерительном модуле ДБД механические усилия передаются на пьезоэлемент через промежуточные звенья, роль которых выполняют металлические упругие прокладки – силопередающая и изоляционная. Различие упругих свойств материалов пьезоэлементов и упругих прокладок может существенно изменить генерируемый пьезоэлементом сигнал под действием внешней силы. При определении чувствительности пьезоэлемента возникает необходимость количественной оценки вклада поверхностного упругого взаимодействия пьезоэлемента с упругими прокладками.

Рассмотрим пьезоэлектрический цилиндр постоянной толщины 2h и радиусом a с упругими прокладками толщиной H на торцах (рис. 3). Поместим в центр пакета цилиндрическую систему координат $\{r, \theta, z\}$ с осью 0z, параллельной образующей пакета. Считаем, что упругие прокладки однородны и изотропны, а пьезоэлектрический цилиндр (пьезоэлемент) – поляризованная керамика с осью поляризации, направленной вдоль оси 0z.



Рис. 3. Геометрическая модель пьезомодуля: 1 – пьезоэлемент; 2 – металлическая прокладка

Торцы пьезоэлемента полностью покрыты электродами весьма малой толщины, которые закорочены. Считаем, что проскальзывание между пьезоэлементом и прокладками отсутствует (коэффициент трения равен бесконечности).

На торцевые поверхности упругих прокладок действует равномерно распределенная гармоническая сила $P = P_0 e^{jwt}$, а на боковой поверхности упругой системы равнодействующая всех сил равна нулю. Краевые условия и условия непрерывности на границе пьезоэлемент – прокладка имеют вид:

$$- для z = \pm (H, h) \sigma_{zz}^{(2)} = P, \sigma_{rz}^{(2)} = 0, \varphi = 0;$$

$$- для z = \pm h \sigma_{zz}^{(2)} = \sigma_{zz}^{(1)}, \sigma_{rz}^{(2)} = \sigma_{rz}^{(1)}, u^{(2)} = U^{(1)};$$

$$- для r = a \sigma_{rz}^{(i)} = \sigma_{rr}^{(i)} = D_r = 0, (i = 1, 2),$$
(20)

где $\sigma_{km}^{(i)}$ – компоненты механических напряжений в *i*-м слое; $u(u_z, u_r)$ – вектор механических смещений; φ – электрический потенциал; $D(D_z, D_r)$ – электрическая индукция; P – давление.

Решение данной краевой задачи (20), удовлетворяющее уравнениям электроупругости, строится с помощью разложения решения по малому параметру $\varepsilon = h / a$ в форме

$$u^{(i)} = u_0^{(i)} + \varepsilon^2 u_2^{i} + \dots \phi = \phi_0 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots .$$
 (21)

Удовлетворяя уравнениям равновесия и электростатики, краевым условиям (20) и ограничиваясь составляющих не более 2 степени (ϵ^2), получаем систему уравнений для напряженнодеформированного состояния пьезоэлемента:

$$\sigma_{zz} = P \ \varphi = 0 \ u_r = -rP \frac{\frac{\nu_n}{1 - \nu_n} H + \frac{C_{13}}{C_{33}} h}{\frac{E_n}{1 - \nu_n} H + \frac{C_{13}}{C_{33}} \frac{h}{|S_{13}|}};$$
(22)

$$u_{r} = \frac{P}{C_{33}} + 2\frac{C_{13}}{C_{33}}P \frac{\frac{\nu_{n}}{1-\nu_{n}}H + \frac{C_{13}}{C_{33}}h}{\frac{E_{n}}{1-\nu_{n}}H + \frac{C_{13}}{C_{33}}\frac{h}{|S_{13}|}};$$
(23)

$$\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = -2P \frac{\frac{\nu_n}{1 - \nu_n} H + \frac{C_{13}}{C_{33}} h}{\frac{C_{33}}{C_{13}} |S_{13}| \frac{E_n}{1 - \nu_n} H + h} + 2\frac{C_{13}}{C_{33}} P, \qquad (24)$$

где *C_{ii}* – упругие модули керамики; *S_{ii}* – упругие податливости керамики.

Вычисляя интеграл по поверхности пьезоэлемента при $z = \pm h$

$$\iint [d_{33}\sigma_{zz} + d_{31}(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})]r dr d\theta = Q, \qquad (25)$$

окончательно получим математическую модель чувствительности пьезопреобразователя:

$$\frac{Q}{P} = d_{33} + 2\left|d_{31}\right| \frac{E_k v_n - E_n v_k}{E_k (1 - v_n) \frac{h}{H} + \frac{C_{33}}{C_{31}} v_k E_n},$$
(26)

где d_{33} , d_{31} – продольный и поперечный коэффициенты чувствительности; E_k , v_k , E_n , v_n – соответственно модули Юнга и коэффициенты Пуассона материалов пьезоэлемента и упругих прокладок.

Таким образом, математическая модель коэффициента преобразования S₂ (чувствительности) пьезоэлемента:

$$S_{2} = d_{33} + 2|d_{31}| \frac{E_{k} v_{n} - E_{n} v_{k}}{E_{k} (1 - v_{n}) \frac{h}{H} + \frac{C_{33}}{C_{13}} v_{k} E_{n}}.$$
(27)

4. Синтез модели погрешности пьезоэлектрического измерительного модуля (ПЭИМ)

Для определения составляющих погрешности используем прием логарифмического дифференцирования, который заключается в логарифмировании функции и последующем ее дифференцировании:

$$\lg Q = \lg d_{33} + \lg E_k - 2\lg E_n + 2\lg v_n - 2\lg v_k - \lg C_{33} + \lg C_{13};$$
(28)

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dd_{33}}{d_{33}} + \frac{dE_k}{E_k} - 2\frac{dE_n}{E_n} + 2\frac{dv_n}{v_n} - 2\frac{dv_k}{v_k} - \frac{dC_{33}}{C_{33}} + \frac{dC_{13}}{C_{13}}.$$
(29)

Заменяя дифференциалы конечными приращениями, получим формулу образования систематической погрешности ПЭИМ:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta d_{33}}{d_{33}} + \frac{\Delta E_k}{E_k} - 2\frac{\Delta E_n}{E_n} + 2\frac{\Delta v_n}{v_n} - 2\frac{\Delta v_k}{v_k} - \frac{\Delta C_{33}}{C_{33}} + \frac{\Delta C_{13}}{C_{13}}.$$
(30)

Действительно, $\Delta Q/Q$ есть относительное изменение выходного сигнала ПЭИМ при изменении какого-либо фактора, входящего в функцию преобразования. Все слагаемые в полученном выражении входят в общую сумму со своими знаками и весом, отражающими накопление (или компенсацию) суммарной погрешности ПЭИМ.

При определении отдельных составляющих систематической погрешности ПЭИМ от действия влияющих факторов проводится анализ поведения всех слагаемых суммы в зависимости от значения тех или иных факторов. Наиболее существенным для ДБД является температурный фактор. При этом источниками температурной погрешности ПЭИМ будут изменяющиеся модули упругости материала ПЭИМ ($\Delta E_{\kappa} / E_{\kappa}$) и материала упругих прокладок ($\Delta E_{\pi} / E_{\pi}$), а также изменяющийся пьезоэлектрический модуль ($\Delta d_{33} / d_{33}$).

Таким образом, суммарная мультипликативная температурная погрешность определяется как

$$\delta_2 = \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta d_{33}}{d_{33}} + \frac{\Delta E_k}{E_k} - 2\frac{\Delta E_n}{E_n} = \alpha_d + \alpha_{E_k} - 2\alpha_{E_n}.$$
(31)

Все остальные слагаемые погрешности, входящие в выражение (29), обращаются в нуль, поскольку от температуры не зависят.

Погрешности при заданном изменении температуры определяются по справочным температурным коэффициентам пьезоэлектрической чувствительности пьезомодуля, модулей упругости материалов пьезомодуля и упругих силопередающих прокладок.

Пример. По справочным данным на пьезомодуль типа ПМ производства НКТБ «Пьезоприбор» [9], изменение пьезоэлектрической чувствительности модуля во всем диапазоне температур составляет не более 10 %. Температурный диапазон ДБД составляет 696 °C (от минус 196 до 500 °C). Таким образом, температурный коэффициент пьезоэлектрической чувствительности $\alpha_d = 0,0143$ %/ °C.

Температурный коэффициент модуля упругости для материала HTB-1 пьезоэлектрического модуля типа ПМ $\alpha_{E\kappa} = 7,9 \cdot 10^{-4} \% / °$ С. Температурный коэффициент модуля упругости для материала силопередающих прокладок (сплава ХН67МБЮ-ВД) $\alpha_{En} = 24 \cdot 10^{-4} \% / °$ С.

Подставляя числовые значения температурных коэффициентов в выражение (31), определяем значение относительной температурной мультипликативной погрешности пьезомодуля:

$$\delta_2 = 0.0143 + 0.00079 - 2.0.0024 = 0.01029 \% / °C.$$

Общая мультипликативная погрешность датчика на 1 °С определяется по формуле

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = -0,004792 + 0,01029 = 0,005498 \% / ^{\circ}C.$$

Общая относительная мультипликативная погрешность во всем температурном диапазоне (от минус 196 до 500 °C) составит

что является вполне приемлемым значением для пьезоэлектрических ДБД.

Так как работа ДБД основана на прямом пьезоэлектрическом эффекте, в отсутствие входного воздействия (x = 0) выходной сигнал также будет отсутствовать (y = 0). Следовательно, аддитивная погрешность нулевого уровня будет равна нулю.

2014, № 1 (7)

Список литературы

- 1. Михайлов, П. Г. Синтез информационно-энергетических моделей датчиков / П. Г. Михайлов, А. П. Михайлов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2003. – № 3. – С. 37–40.
- Михайлов, П. Г. Моделирование полупроводниковых чувствительных элементов микроэлектронных датчиков / П. Г. Михайлов, П. Н. Цибизов // Актуальные проблемы науки и образования : материалы Междунар. симп. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2003. – С. 233–236.
- 3. Михайлов, П. Г. Микроэлектронные датчики. Разработка и проектирование / П. Г. Михайлов, А. В. Варламов // Датчики и системы. 2007. № 8. С. 23–26.
- Михайлов, П. Г. Разработка моделей качества датчиков физических величин / П. Г. Михайлов, М. А. Чернецов // Надежность и качество – 2010 : тр. Междунар. симп. : в 2 т. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. – Т. 2. – С. 185–187.
- 5. Михайлов, П. Г. Разработка моделей качества датчиков физических величин на основе квалиметрического подхода / П. Г. Михайлов, П. Н. Цибизов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. № 5 (130). С. 99–104.
- 6. Михайлов, П. Г. Моделирование чувствительных элементов датчиков механических напряжений в строительных конструкциях / П. Г. Михайлов, А. В. Соколов // Региональная архитектура и строительство. 2012. № 3. С. 110–117.
- 7. Михайлов, П. Г. Датчики быстропеременных и акустических давлений / П. Г. Михайлов, С. Д. Забродина // Измерительная техника. 1994. № 6. С. 52–54.
- 8. Михайлов, П. Г. Пьезодатчики быстропеременных, импульсных и акустических давлений / П. Г. Михайлов // Радиотехника. 1995. № 10. С. 36–37.
- 9. Каталог продукции НКТБ «Пьезоприбор». Ростов н/Д, 2005.

Михайлов Петр Григорьевич

доктор технических наук, профессор, кафедра управления информационными ресурсами, Пензенский филиал РГУ E-mail: petr.mixsjlov.49@mail.ru

Мокров Евгений Алексеевич

доктор технических наук, профессор, кафедра приборостроения, Пензенский государственный университет E-mail: kiltem-12@mail.ru

Скотников Валерий Владимирович

аспирант, Пензенский государственный университет E-mail: sko_val@mail.ru

Тютюников Дмитрий Александрович аспирант, Пензенский государственный университет E-mail: tyutyunikov@mail.ru

Петрин Владимир Алексеевич

аспирант, Пензенский государственный университет E-mail: vlad.petrin@mail.ru

Mikhailov Petr Grigorievich

doctor of technical sciences, professor, sub-department of information resources management, Penza branch of Russian State University

Mokrov Evgeny Alekseevich

doctor of technical sciences, professor, sub-department of instrument making, Penza State University

Skotnikov Valery Vladimirovich

postgraduate student, Penza State University

Tyutyunikov Dmitry Aleksandrovich

postgraduate student, Penza State University

Petrin Vladimir Alekseevich postgraduate student,

Penza State University

УДК 531.787.084.2:629.7; 53.084.2.389

Вопросы синтеза и анализа метрологических моделей пьезоэлектрических датчиков быстропеременных давлений / П. Г. Михайлов, Е. А. Мокров, В. В. Скотников, Д. А. Тютюников, В. А. Петрин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 35–43.

УДК 621.317.2

А. И. Заико

АЛГОРИТМЫ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ МОМЕНТОВ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

A. I. Zaiko

ALGORITHMS AND UNCERTAINTIES IN MEASUREMENTS OF MOMENTS AND SPECTRAL CHARACTERISTICS OF ERGODIC RANDOM PROCESSES

Аннотация. Приведены алгоритмы и погрешности измерений моментных и спектральных характеристик эргодических случайных процессов аналоговым и аналогоцифровым методами. Они получены на основе комплексного подхода к определению погрешностей.

A b s t r a c t. Algorithms and uncertainties in measurements of moments and spectral characteristics of ergodic random processes obtained by analog and digital methods are presented. They are obtained on the basis of the complex approach to uncertainties definition.

Ключевые слова: эргодические случайные процессы, моментные и спектральные характеристики, алгоритмы измерения, погрешности.

K e y w o r d s: ergodic random processes, moments and spectral characteristics, algorithms of measurement, uncertainties.

Введение

Статья является продолжением публикаций [1, 2]. В ней приводятся алгоритмы аналоговых и цифровых измерений моментных и спектральных характеристик, указаны математические ожидания и корреляционные функции погрешностей этих алгоритмов с применением комплексного подхода к их определению и обобщает работы [3–5].

Моментные и спектральные характеристики

Оценка математического ожидания, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\langle m_{x} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} X \langle w_{1}[X] \rangle dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left[\langle x(t) \rangle - m_{\delta} \right] dt = \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) dt;$$

$$m_{\delta m} = \int_{-\infty}^{\infty} X m_{\delta w}(X) dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left[\langle x(t) \rangle - m_{\delta} - m_{x} \right] dt = \frac{1}{2nT_{0}} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_{x} \right] dt;$$

44

2014, № 1 (7)

$$\begin{aligned} R_{\delta m} &= D_{\delta m} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 R_{\delta w} (X_1, X_2) dX_1 dX_2 = \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^{T} \int_{-T}^{T} R_{\delta} (t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{4n^2 T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{u=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \int_{t_u}^{t_u + T_0} R_{\delta} (t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr}) dt, \end{aligned}$$

где m_{δ} – математическое значение погрешности измерения реализации x(t) процесса; $m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – математическое ожидание реализации процесса в момент времени t, восстановленной по отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

Оценка дисперсии, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\begin{split} \langle D_x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x)^2 \left\langle w_1[X] \right\rangle dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\{ \left[\langle x(t) \rangle - m_\delta - m_x \right]^2 + D_\delta \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right]^2 + D_\delta(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) \right\} dt; \\ m_{\delta D} &= \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x)^2 m_{\delta w}(X) dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\{ \left[\langle x(t) \rangle - m_\delta - m_x \right]^2 + D_\delta - D_x \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right]^2 + D_\delta(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - D_x \right\} dt; \\ R_{\delta D} &= D_{\delta D} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X_1 - m_x)^2 (X_2 - m_x)^2 R_{\delta w}(X_1, X_2) dX_1 dX_2 = \\ &= \frac{1}{4T^2} \int_{-T-T}^{T} \left\{ m^{2\times 2} \left[\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle \right] - \left[\langle x(t_1) \rangle - m_\delta \right]^2 \left[\langle x(t_2) \rangle - m_\delta \right]^2 \right\} dt_1 dt_2 = \\ \frac{1}{4n^2T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{t_i}^{t_i + T_0} \int_{t_u}^{t_u + T_0} \left\{ m^{2\times 2}(t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m^2(t_1; x_{-nk}, ..., x_{nr}) m^2(t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr}) \right\} dt_1 dt_2, \end{split}$$

где D_{δ} – дисперсия погрешности измерения реализации процесса; $D_{\delta}(t; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – дисперсия погрешности измерения реализации процесса в момент времени t, восстановленной по отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$; $m^{2\times 2} [\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle]$ и $m^{2\times 2}(t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – начальные моменты четвертого порядка от произведения квадратов реализаций процесса, восстановленных в моменты времени t_1 и t_2 соответственно по оценкам $\langle x(t) \rangle$ и отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

=

Оценка корреляционной функции, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\langle R_{x}(\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X_{1} - m_{x}) (X_{2} - m_{x}) \langle w_{2}[X_{1}; X_{2}, \tau] \rangle dX_{1} dX_{2} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ \left[\langle x(t) \rangle - m_{\delta} - m_{x} \right] \left[\langle x(t + |\tau|) \rangle - m_{\delta} - m_{x} \right] + R_{\delta}(\tau) \right\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_{x} \right] \left[m(t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_{x} \right] + R_{\delta}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) \right\} dt;$$

$$\begin{split} m_{\delta R}(\tau) &= \int_{-\infty} \int_{-\infty} (X_1 - m_x) (X_2 - m_x) m_{\delta w} (X_1; X_2, \tau) dX_1 dX_2 = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ \left[\left\langle x(t) \right\rangle - m_{\delta} - m_x \right] \left[\left\langle x(t + |\tau|) \right\rangle - m_{\delta} - m_x \right] + R_{\delta}(\tau) - R_x(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_0} \sum_{i=-n}^{n - \mu - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right] \left[m(t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right] + \\ &+ R_{\delta}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - R_x(\tau) \right\} dt; \end{split}$$

$$\begin{aligned} R_{\delta R}(\tau_{1},\tau_{2}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X_{11} - m_{x})(X_{21} - m_{x})(X_{12} - m_{x})(X_{22} - m_{x}) \times \\ &\times R_{\delta w}(X_{11};X_{21},\tau_{1};X_{12};X_{22},\tau_{2})dX_{11}dX_{21}dX_{12}dX_{22} = \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_{1}|)(2T - |\tau_{2}|)} \int_{-T}^{T - |\tau_{1}|T - |\tau_{2}|} \left\{ m^{4} \left[\langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{1} + |\tau_{1}|) \rangle, \langle x(t_{2}) \rangle, \langle x(t_{2} + |\tau_{2}|) \rangle \right] - \\ &- \left[\langle x(t_{1}) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{1} + |\tau_{1}|) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{2}) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{2} + |\tau_{2}|) \rangle - m_{\delta} \right] \right] dt_{1} dt_{2} = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1})(2n - \mu_{2})T_{0}^{2}} \sum_{i=-n}^{n - \mu_{1} - 1u - \mu_{2} - 1t_{i} + T_{0}} t_{u} \int_{-t_{u}}^{t_{u} + T_{0}} \left\{ m^{4}(t_{1}, t_{1} + |\tau_{1}|, t_{2}, t_{2} + |\tau_{2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) \right. \\ &- m^{2}(t_{1}, t_{1} + |\tau_{1}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) m^{2}(t_{2}, t_{2} + |\tau_{2}|; x_{-nk}, ..., x_{nr}) \right\} dt_{1} dt_{2}, \end{aligned}$$

где $R_{\delta}(\tau)$ – корреляционная функция погрешности измерения реализации процесса; $R_{\delta}(t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – корреляционная функция погрешности измерения реализации процесса, са, восстановленной по отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}; m^4 [\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle]$ и $m^4(t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – начальные моменты четвертого порядка от произведения реализаций процесса, восстановленных в моменты времени $t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|$ соответственно по оценкам $\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle$ и отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

Оценка ковариационной функции, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\langle B_{x}(\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{1}X_{2} \langle w_{2}[X_{1};X_{2},\tau] \rangle dX_{1}dX_{2} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left[\left[\langle x(t) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t + |\tau|) \rangle - m_{\delta} \right] + R_{\delta}(\tau) \right] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ m(t;x_{-nk},...,x_{nr}) m(t + |\tau|;x_{-nk},...,x_{nr}) + R_{\delta}(t,t + |\tau|;x_{-nk},...,x_{nr}) \right\} dt;$$

$$m_{\delta B}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{1}X_{2}m_{\delta w}(X_{1};X_{2},\tau) dX_{1}dX_{2} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left[\left[\langle x(t) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t + |\tau|) \rangle - m_{\delta} \right] + R_{\delta}(\tau) - B_{x}(\tau) \right] dt =$$

2014, № 1 (7)

$$= \frac{1}{(2n-\mu)T_{0}} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1} \int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}} \left\{ m(t;x_{-nk},...,x_{nr})m(t+|\tau|;x_{-nk},...,x_{nr}) + R_{\delta}(t,t+|\tau|;x_{-nk},...,x_{nr}) - B_{x}(\tau) \right\} dt;$$

$$R_{\delta B}(\tau_{1},\tau_{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{11}X_{21}X_{12}X_{22} \times X_{\delta w}(X_{11};X_{21},\tau_{1};X_{12};X_{22},\tau_{2}) dX_{11}dX_{21}dX_{12}dX_{22} =$$

$$= \frac{1}{(2T-|\tau_{1}|)(2T-|\tau_{2}|)} \int_{-T}^{T-|\tau_{1}|T-|\tau_{2}|} \left\{ m^{4} \left[\langle x(t_{1}) \rangle, \langle x(t_{1}+|\tau_{1}|) \rangle, \langle x(t_{2}) \rangle, \langle x(t_{2}+|\tau_{2}|) \rangle \right] - \left[\langle x(t_{1}) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{1}+|\tau_{1}|) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{2}) \rangle - m_{\delta} \right] \left[\langle x(t_{2}+|\tau_{2}|) \rangle - m_{\delta} \right] dt_{1}dt_{2} =$$

$$= \frac{1}{(2n-\mu_{1})(2n-\mu_{2})T_{0}^{2}} \sum_{i=-n}^{n-\mu_{1}-1u-\mu_{2}-1t_{i}+T_{0}} \int_{t_{i}}^{t_{i}} \left\{ m^{4}(t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|,t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;x_{-nk},...,x_{nr}) - m^{2}(t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|;x_{-nk},...,x_{nr}) m^{2}(t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;x_{-nk},...,x_{nr}) \right\} dt_{1}dt_{2}.$$

Оценка взаимной корреляционной функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\begin{split} \left\langle R_{xy}(\tau) \right\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x) (Y - m_y) \left\langle w_2 [X; Y, \tau] \right\rangle dX dY = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{|\tau|} \left\{ \left[\left\langle x(t) \right\rangle - m_{\delta x} - m_x \right] \left[\left\langle y(t + |\tau|) \right\rangle - m_{\delta y} - m_y \right] + R_{\delta x \delta y}(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_0} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1^{i}, i+T_0} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right] \left[\left\langle m(t + |\tau|; y_{-ng}, ..., y_{ng}) \right\rangle - m_y \right] + \\ &+ R_{\delta x \delta y}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq}) \right\} dt; \\ &m_{\delta Rxy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x) (Y - m_y) m_{\delta w}(X; Y, \tau) dX dY = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T-|\tau|} \left\{ \left[\left\langle x(t) \right\rangle - m_{\delta x} - m_x \right] \left[\left\langle y(t + |\tau|) \right\rangle - m_{\delta y} - m_y \right] + R_{\delta x \delta y}(\tau) - R_{xy}(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_0} \sum_{i=-n}^{n-\mu-1^{i}, i+T_0} \left\{ \left[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x \right] \left[m(t + |\tau|; y_{-ng}, ..., y_{ng}) - m_y \right] + \\ &+ R_{\delta x \delta y}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq}) - R_{xy}(\tau) \right\} dt; \\ &R_{\delta Rxy}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(X_1 - m_x \right) (Y_1 - m_y) (X_2 - m_x) (Y_2 - m_y) \times \\ &\times R_{\delta w}(X_1; Y_1, \tau_1; X_2; Y_2, \tau_2) dX_1 dY_1 dX_2 dY_2 = \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_1|)(2T - |\tau_2|)} \int_{-T}^{T-|\tau_1|T - |\tau_2|} \left\{ m^4 \left[\langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle \right] - \\ &- \left[\langle x(t_1) \rangle - m_{\delta x} \right] \left[\langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle - m_{\delta x} \right] \left[\langle y(t_2) \rangle - m_{\delta y} \right] \left[\langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle - m_{\delta y} \right] dt_1 dt_2 = \\ \end{array}$$

$$=\frac{1}{(2n-\mu_{1})(2n-\mu_{2})T_{0}^{2}}\sum_{i=-n}^{n-\mu_{1}-1}\sum_{u=-n}^{u-\mu_{2}-1}\int_{t_{i}}^{t_{i}+T_{0}}\int_{t_{u}}^{u}\left\{m^{4}\begin{bmatrix}t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|,t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\end{bmatrix}\right\}$$
$$-m^{2}\begin{bmatrix}t_{1},t_{1}+|\tau_{1}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\end{bmatrix}m^{2}\begin{bmatrix}t_{2},t_{2}+|\tau_{2}|;\\x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\end{bmatrix}dt_{1}dt_{2},$$

где $R_{\delta x \delta y}(\tau)$ и $R_{\delta x \delta y}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq})$ – взаимные корреляционные функции погрешностей аналоговых и цифровых измерений x(t) и $y(t + |\tau|)$.

Оценка взаимной ковариационной функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\begin{split} \left\langle B_{xy}(\tau) \right\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} XY \left\langle w_{2}[X;Y,\tau] \right\rangle dXdY = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ \left[\left\langle x(t) \right\rangle - m_{\delta x} \right] \left[\left\langle y(t + |\tau|) \right\rangle - m_{\delta y} \right] + R_{\delta x \delta y}(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \int_{i = -n}^{n - \mu - 1} \int_{t_{i}}^{t + T_{0}} \left\{ m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) m(t + |\tau|; y_{-ng}, ..., y_{nq}) + \\ &+ R_{\delta x \delta y}(t, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq}) \right\} dt; \\ &m_{\delta B x y}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} XY m_{\delta w}(X; Y, \tau) dX dY = \\ &= \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T - |\tau|} \left\{ \left[\left\langle x(t) \right\rangle - m_{\delta x} \right] \left[\left\langle y(t + |\tau|) \right\rangle - m_{\delta y} \right] + R_{\delta x \delta y}(\tau) - B_{xy}(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu)T_{0}} \int_{i = -n}^{n - \mu - 1/i} \int_{t_{i}}^{t + T_{0}} \left\{ m(t + |\tau|; y_{-nk}, ..., y_{nr}) m(t + |\tau|; y_{-ng}, ..., y_{nq}) + \\ &+ R_{\delta x \delta y}(\tau, t + |\tau|; x_{-nk}, ..., x_{nr}, y_{-ng}, ..., y_{nq}) - B_{xy}(\tau) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_{1}|)(2T - |\tau_{2}|)} \int_{-T}^{T - |\tau_{1}|^{T - |\tau_{2}|}} \int_{-T}^{m + 1/i} \int_{-T}^{|\tau_{2}|} \left\{ m^{4} \left[\left\langle x(t_{1}) \right\rangle, \left\langle y(t_{1} + |\tau_{1}| \right\rangle \right] \right\} dt_{i} dt_{2} = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1})(2n - \mu_{2})T_{0}^{2}} \int_{i = -n}^{n - \mu_{1} - 1/i + T_{0}} \int_{u = -n}^{n + 1/i + T_{0} + T_{0}} \int_{u = -n}^{n + 1/i + T_{0} + T_{0}} \int_{u = -n}^{n + 1/i + T_{0}} \int_{u = -n}^{u - 1/i + T_{0}} \left\{ m^{4} \left[\left\langle x(t_{1}) \right\rangle, \left\langle y(t_{1} + |\tau_{1}|) \right\rangle \right] dt_{i} dt_{2} dt_{i} dt_{2} = \\ &= \frac{1}{(2n - \mu_{1})(2n - \mu_{2})T_{0}^{2}} \int_{u = -n}^{n - 1/i - 1/i + T_{0}} \int_{u = -n}^{u - 1$$

Оценка спектральной плотности мощности, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\langle S_{x}(\omega)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle B_{x}(\tau)\rangle e^{-j\omega\tau}d\tau;$$

=

2014, № 1 (7)

$$m_{\delta S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} m_{\delta B}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left\langle B_x(\tau) \right\rangle - B_x(\tau) \right] e^{-j\omega\tau} d\tau;$$
$$R_{\delta S}(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta B}(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2.$$

Оценка взаимной спектральной плотности мощности совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция ее погрешности:

$$\left\langle S_{xy}\left(\omega\right)\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle B_{xy}\left(\tau\right)\right\rangle e^{-j\omega\tau} d\tau;$$

$$m_{\delta Sxy}\left(\omega\right) = \int_{-\infty}^{\infty} m_{\delta Bxy}\left(\tau\right) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left\langle B_{xy}\left(\tau\right)\right\rangle - B_{xy}\left(\tau\right)\right] e^{-j\omega\tau} d\tau;$$

$$R_{\delta Sxy}\left(\omega_{1},\omega_{2}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta Bxy}\left(\tau_{1},\tau_{2}\right) e^{-j\left(\omega_{1}\tau_{1}+\omega_{2}\tau_{2}\right)} d\tau_{1}d\tau_{2}.$$

Выводы

Полученные на основе комплексного подхода математические ожидания и корреляционные функции погрешностей измерений математических ожиданий, корреляционных функций и спектральных характеристик эргодического процесса позволяют адекватно, во взаимодействии между собой учесть влияние конечной длительности и погрешностей реализации, а также влияние дискретизации во времени для аналоговых и цифровых измерений.

Список литературы

- Заико, А. И. Определения характеристик эргодических случайных процессов / А. И. Заико // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2012. – № 2. – С. 30–34.
- Заико, А. И. Алгоритмы и погрешности измерений распределений и характеристических функций эргодических случайных процессов / А. И. Заико // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 25–34 (статья в данном журнале).
- 3. Заико, А. И. Погрешности цифрового измерения энергетического спектра случайного процесса прямым методом / А. И. Заико // Метрология. 2001. № 9. С. 3–10.
- Заико, А. И. Комплексный подход к определению погрешностей статистических измерений / А. И. Заико, Н. А. Заико // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». 2005. – Вып. 33. – С. 218–223.
- 5. Zaiko, A. I. Accuracy in measuring an energy spectrum by an indirect method / A. I. Zaiko // Measurement Techniques. – 2008. – Vol. 51. – Januar. – P. 705–710.

Заико Александр Иванович

доктор технических наук, профессор, кафедра теоретических основ электротехники, Уфимский государственный авиационный технический университет E-mail: zaiko@ugatu.ac.ru

Zaiko Aleksandr Ivanovich

doctor of technical science, professor, sub-department of theoretical fundamentals of electrical engineering, Ufa State Aviation Technical University

УДК 621.317.2

Заико, А. И.

Алгоритмы и погрешности измерений моментов и спектральных характеристик эргодических случайных процессов / А. И. Заико // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 44–49.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИЗМЕРЕНИЯХ

УДК 621.391; 519.21

А.К.Алимурадов

ОБРАБОТКА РЕЧЕВЫХ КОМАНД В СИСТЕМАХ ГОЛОСОВОГО УПРАВЛЕНИЯ

A. K. Alimuradov

PROCESSING OF SPEECH COMMANDS SYSTEMS VOICE CONTROL

Аннотация. Приведен краткий обзор задач обработки речевых команд в системах голосового управления. Подчеркнута необходимость обработки речевых сигналов во всех направлениях речевых технологий. Представлен алгоритм обработки речевых сигналов для систем голосового управления: регистрация, предварительная фильтрация, сегментация на информативные участки, определение информативных параметров. Подробнее раскрыта каждая из задач алгоритма обработки.

A b s t r a c t. The article gives a brief overview of the tasks of handling voice commands, in the voice control systems. The article is divided into three parts. In the first part of the article stresses the need for processing of speech signals in all directions of speech technologies. In the second part of the algorithm for processing of speech signals for voice control systems: registration, pre-filtering, segmentation informative sites, definition of informative parameters. In the third part of the more is revealed every task processing algorithm.

Ключевые слова: речевые технологии, обработка речевых сигналов, речевые команды, система голосового управления.

K e y w o r d s: speech technologies, processing of speech signals, voice commands, voice control system.

Обработка речевых сигналов – это область науки, в которой осуществляются фильтрация и подавление шумов, усиление, разделение информационных потоков, извлечение информации, кодирование, сжатие и восстановление речевых сигналов. Она получила широкое распространение во всех направлениях речевых технологий (рис. 1).

Направление обработки речевых команд в системах голосового управления включает следующие задачи [1]:

- регистрацию;

- предварительную коррекцию;
- фильтрацию и подавление шума;
- сегментацию на фреймы;

- сегментацию «сигнал/пауза»;
- сегментацию «тон/ не тон»;
- определение информативных параметров.



Рис. 1. Применение речевых технологий в разных направлениях

На рис. 2 представлен алгоритм обработки речевых команд, выполняющий перечисленные выше задачи. Рассмотрим каждую задачу подробнее.



Рис. 2. Алгоритм обработки речевых команд

Регистрация. Регистрация представляет собой аудиозахват речевой команды в режиме реального времени и преобразование ее в цифровой вид с использованием стандартных средств: микрофон, предварительный и основной усилитель, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и др.

Давление звуковой волны воспринимается микрофоном и преобразуется им в электрический аналоговый сигнал. Далее проводится преобразование информационного образа речевой команды из аналогового сигнала в цифровой с использованием АЦП, который осуществляет дискретизацию и квантование [1, 2].

Регистрация речевых сигналов может включать дополнительные возможности:

 – автоматическую регулировку усиления и выравнивание уровня ближнего и дальнего пользователя, обеспечивающие качественную запись как слабых, так и сильных речевых сигналов;

 – индивидуальную и групповую перенастройку рабочих параметров регистрации и преобразования без прерывания процесса записи;

увеличение количества каналов записи или типов регистрируемой информации.

Предварительная коррекция. Предварительная коррекция призвана устранить естественные искажения (минус 6 дБ на октаву), возникающие в речевом аппарате человека при произнесении звуков речи [1, 3].

Речевой сигнал пропускают через корректирующий фильтр с передаточной функцией следующего вида:

$$W(z) = \sum_{k=0}^{m} a_k z^{-k},$$
(1)

где a_k – постоянные коэффициенты; m – целое число (m > 0). Чаще всего m = 1, а передаточная функция имеет вид

$$W(z) = 1 - a_1 z^{-1}.$$
 (2)

Коэффициенты a_1 выбираются из диапазона от -0,4 до -1,0, как правило, как можно ближе к -1, так как такой фильтр проще реализуется на ЭВМ с фиксированной точкой. Чаще всего $a = -(1-1/16) \approx -0.95$, откуда $W(z) = 1 - 0.95z^{-1}$ [1, 3].

Предварительная коррекция выравнивает спектр сигнала перед спектральным анализом (рис. 3).



Рис. 3. Выравнивание спектра речевого сигнала

Предварительная коррекция не является обязательной задачей, и во многих системах голосового управления коррекция не предусмотрена, при этом учитываются искажения спектра звука, свойственные человеческому речевому аппарату, на этапе анализа.

Фильтрация. Фильтрация и подавление шума – это этап обработки речевых команд, который позволяет повысить разборчивость, уменьшить долю шумов, вызванных как акустическими, так и технологическими причинами. Шум – беспорядочные колебания различной физической природы, отличающиеся сложностью временной и спектральной структур [4, 5]. Применительно к речевым сигналам шум – это совокупность апериодических звуков различной интенсивности и частоты, которые изменяют информативные параметры сигнала [6].

Шумы по взаимодействию с полезным речевым сигналом делятся на аддитивные и мультипликативные [4, 5]. Аддитивные шумы складываются с полезным сигналом и вносят незначительную погрешность. Мультипликативные шумы перемножаются с полезным сигналом и вносят наибольшую погрешность – могут изменять информативные параметры речевых команд.

В самом общем виде комбинация сигнала и шума выглядит следующим образом:

$$S(t) = (k_{c}(t) + k_{m}(t)) \cdot e(t) + n(t),$$
(3)

где e(t) – полезный речевой сигнал; $k_{\rm c}(t)$ – коэффициент, характеризующий полезный речевой сигнал; $k_{\rm m}(t)$ – коэффициент, характеризующий мультипликативный шум; n(t) – аддитивный шум.

Отношение интенсивности сигнала I_c и шума I_m [7, 8]. Это отношение называется «отношение сигнал/помеха» и играет важную роль в задаче фильтрации и шумоподавления. Отношение сигнал/помеха выражается в логарифмических безразмерных единицах – децибелах (dB, дБ):

$$N = 10 \lg I_{\rm c} / I_{\rm m},\tag{4}$$

где *I*_с, *I*_ш – интенсивности сигнала и шума.

На основании анализа достижений в области фильтрации и шумоподавления речевых сигналов [2, 9, 10] и собственных исследований предложена классификация шумов, оказывающих влияние на разборчивость речевых сигналов (см. рис. 4).



Рис. 4. Классификация шумов в речевых сигналах

По происхождению шумы в речевых командах можно разделить на физиологические и антропогенные. К первому виду шумов относятся комплекс звуков различной интенсивности и частоты, находящихся в беспорядочном сочетании с полезными речевыми сигналами.

Происхождение этого вида шумов непосредственно связано с нарушениями речи (нарушение работы отдельных или комплекса органов артикуляционного отдела речевого аппарата). Наука, изучающая нарушения речи, их преодоление и предупреждение средствами коррекционного обучения называется логопедией. К шумам, связанным с нарушением речи, относят большое количество звуков, форма и структура которых напрямую связана с родом нарушения звукопроизношения:

– нарушения темпа и ритма речевых сигналов (брадилалия, тахилалия, спотыкание, заи-кание);

– нарушения голоса (афонии, дисфонии, ринофония);

– распад речевых сигналов (афазия).

К антропогенным шумам в грубой интерпретации, кроме физиологических, относятся все остальные виды шумов. Название «антропогенный» произошло от связи с человеком, другими словами, это шумы, происходящие от человека и возникшие в результате его деятельности. Их также называют промышленными или производственными шумами [4, 5]. Источниками антропогенных шумов являются транспортные средства: автомобили, железнодорожные поезда и самолеты, промышленные предприятия, строительные и ремонтные работы, бытовая и офисная техника и т.д.

По постоянству параметров все шумы подразделяются на стационарные и нестационарные. Стационарный шум – шум, который характеризуется постоянством средних параметров: интенсивности (мощности), распределения интенсивности по спектру (спектральная плотность), автокорреляционной функции. Классической моделью стационарного шума является белый шум, спектральные составляющие которого равномерно распределены по всему диапазону задействованных частот [4].

Нестационарный шум – шум, длящийся короткие промежутки времени (меньшие, чем время усреднения) [11]. Нестационарные шумы по длительности делятся на импульсные, прерывистые и колеблющиеся. Импульсный шум – шум, состоящий из одного или нескольких звуковых сигналов, длительностью менее 1 с, уровни которых отличаются не менее чем на 7 дБ. Прерывистый шум – шум, уровень которого ступенчато изменяется (примерно на 5 дБ и более), причем длительность интервалов, в течение которых уровень остается постоянным, составляет 1 с и более. Колеблющийся во времени шум – шум, уровень которого непрерывно изменяется во времени [4, 11].

К нестационарным шумам в речевых командах относятся, например, уличный шум проходящего транспорта, отдельные стуки в производственных условиях, редкие импульсные помехи в радиотехнике и т.п.

По характеру спектра шума выделяют широкополосный и узкополосный шумы. Широкополосный шум – шум с непрерывным спектром шириной более 1 октавы, включающий в себя набор многих звуковых частот. Узкополосный (тональный) шум – шум, в котором прослушивается звук определенной частоты [4, 5, 11].

По частотной характеристике шумы подразделяются на низкочастотный (<400 Гц), среднечастотный (400–1000 Гц), высокочастотный (>1000 Гц) [8, 11].

Сегментация. Сегментация в обработке речевых команд – линейное деление речевого потока на составляющие отрезки, называемые сегментами [2, 9, 10]. Речевые сигналы являются нестационарными сигналами сложной формы, параметры и характеристики которых, как правило, быстро меняются в течение времени. Однако в основе большинства методов обработки речи лежит предположение о том, что свойства речевого сигнала с течением времени медленно изменяются. Это предположение приводит к методам кратковременного анализа, в которых сегменты речевого сигнала выделяются и обрабатываются там, как если бы они были короткими участками отдельных звуков с отличающимися свойствами. Для того чтобы получить наборы информативных признаков одинаковой длины, нужно сегментировать речевой сигнал на равные отрезки, называемые фреймами, считая, что сигнал на таком отрезке примерно стационарен (рис. 5,a) [9, 10]. Перекрытие фреймов используется для предотвращения потери информации о сигнале на границе. Чем меньше перекрытие, тем меньшей размерностью в итоге будет обладать набор признаков, характерный для рассматриваемого участка. Перекрытие иногда пропускается по причине экономии вычислительных ресурсов, поскольку он существенно замедляет скорость обработки данных [10, 12].



Рис. 5. Сегментация: *а* – на фреймы; *б* – «сигнал/пауза»; *в* – «тональных/нетональных» участков

Сегментация «сигнал/пауза» представляет собой задачу определения моментов начала и окончания фразы [9, 10]. При наличии шума данная задача является одной из важных в области обработки речевых команд. В частности, при голосовом управлении важно точно определить моменты начала и окончания команды (рис. 5,6).

Сегментация «тональных/нетональных» участков в речевых сигналах является одной из важных задач в обработке [9, 10] (рис. 5,*в*).

Под тональными участками понимают интервалы времени, в течение которых генерация звуков речи происходит с участием голосового источника. К нетональным участкам относятся интервалы времени, на которых образование звуков речи происходит без участия голосового источника [13].

Наибольшую ценность при анализе речевых команд играют тональные участки. Анализируя их, можно получить достаточную информативную картину как об акустических характеристиках, так и о смысловом значении речевых сигналов. Выделение тональных участков в некоторых случаях может являться главной целью в обработке речевых команд. К таким случаям относят определение важного параметра речи – частоты основного тона говорящего в задаче распознавания и идентификации диктора [14, 15].

Определение информативных параметров. Определение информативных параметров – задача выявления информативных признаков и характеристик речевых сигналов [9, 10]. Основные понятия, характеризующие информативные параметры речи человека, связаны с формой, размерами, динамикой изменения речевого аппарата и описываются эмоциональным состоянием человека.

На основании анализа достижений в области выделения информативных параметров речевых сигналов [16] и собственных исследований [17] все информативные параметры можно разделить на три группы объективных признаков, позволяющих различать речевые образцы:

- спектрально-временные;

- кепстральные;

- амплитудно-частотные.

Первая группа условно подразделяется на спектральные и временные признаки.

Спектральные признаки:

- среднее значение спектра анализируемого речевого сигнала;

- относительное время пребывания сигнала в полосах спектра;

- медианное значение спектра речи в полосах;

- относительная мощность спектра речи в полосах;

- вариация огибающей спектра речи.

Временные признаки:

– длительность сегмента минимальной структурной единицы речи (фонемы, аллофона, дифона, трифона);

- высота сегмента;

коэффициент формы сегмента.

Спектрально-временные признаки характеризуют речевой сигнал в его физико-математической сущности исходя из наличия компонентов трех видов [9]:

- периодических (тональных) участков звуковой волны;

- непериодических участков звуковой волны (шумовых, взрывных);

- участков, не содержащих речевых пауз.

Спектрально-временные признаки позволяют отражать своеобразие формы временного ряда и спектра голосовых импульсов у разных лиц и особенности фильтрующих функций их речевых трактов, характеризуют особенности речевого потока, связанные с динамикой перестройки артикуляционных органов речи говорящего, и являются интегральными характеристиками речевого потока, отражающими своеобразие взаимосвязи или синхронности движения артикуляционных органов говорящего [10].

Кепстральные признаки:

- мелчастотные кепстральные коэффициенты;

– коэффициенты мощности частоты регистрации;

- коэффициенты спектра линейного предсказания;

- коэффициенты кепстра линейного предсказания.

Большинство современных систем голосового управления сосредотачивают усилия на извлечении частотной характеристики речевого тракта человека, отбрасывая при этом характеристики сигнала возбуждения. Это объяснено тем, что коэффициенты первой модели обеспечивают лучшее разделение звуков. Для отделения сигнала возбуждения от сигнала речевого тракта прибегают к кепстральному анализу [9, 10].

Амплитудно-частотные признаки:

- интенсивность, амплитуда;
- энергия;
- частота основного тона;
- формантные частоты.

Речевой сигнал акустически представляет собой распространяемые в воздушной среде сложные по своей структуре звуковые колебания, которые характеризуются в отношении их частоты (числа колебаний в секунду), интенсивности (амплитуды колебаний) и длительности. Амплитудно-частотные признаки несут необходимую и достаточную информацию для человека по речевому сигналу при минимальном времени восприятия.

Заключение

В общем понимании обработка речевых сигналов – это процесс описания сигналов с последующим преобразованием в требуемую форму для возможности выделения и использования информативного содержания. В данной статье был представлен краткий обзор основных задач обработки, позволяющих выделить и использовать информативное содержание речевых команд в системах голосового управления. Обзор выполнен на основании анализа достижений в области обработки речевых сигналов и собственных исследований с подробными ссылками на источники.

Список литературы

- Рабинер, Л. Р. Цифровая обработка речевых сигналов / Л. Р. Рабинер, Р. В. Шафер. М. : Радио и связь, 1981. – 496 с.
- Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. СПб. : Питер, 2002. – 608 с.
- Кучерявый, А. А. Бортовые информационные системы : курс лекций / А. А. Кучерявый ; под ред. В. А. Мишина, Г. И. Клюева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ульяновск : УлГТУ, 2004. – 504 с.
- 4. Тэйлор, Р. Шум / Р. Тэйлор ; пер.с англ. Д. И. Арнольда. М. : Мир, 1978. 308 с.
- Отт, Г. Методы подавления шумов и помех в электронных системах / Г. Отт ; пер. с англ. Б. Н. Бронина ; под ред. М. В. Гальперина. – М. : Мир, 1979. – 318 с.
- Алимурадов, А. К. Фильтрация речевых сигналов с использованием метода множественной декомпозиции и оценки энергии эмпирических мод / А. К. Алимурадов, П. П. Чураков, А. Ю. Тычков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2012. – № 4. – С. 50–61.
- Михайлов, Е. В. Помехозащищенность информационно-измерительных систем / Е. В. Михайлов. – М. : Энергия, 1975. – 312 с.
- Шахов, Э. К. Повышение помехоустойчивости цифровых средств измерения / Э. К. Шахов. – Пенза : ППИ, 1983. – 48 с.
- 9. Методы автоматического распознавания речи : в 2 кн. : пер. с англ. / Д. Х. Клетт, Дж. А. Барнет, М. И. Бернстейн и др. ; под ред. У. Ли. М. : Мир, 1983. Кн. 2. 392 с.
- 10. Методы автоматического распознавания речи : в 2 кн. : пер. с англ. / У. А. Ли, Э. П. Нейбург, Т. Б. Мартин и др. ; под ред. У. Ли. М. : Мир. 1983. Кн. 1. 328 с.
- Дигун, О. Г. Сигналы, помехи, шумы : учеб. пособие / О. Г. Дигун, В. И. Веприков. Новочеркасск : НГТУ, 1994. – 94 с.
- 12. Болл, Р. М. Руководство по биометрии / Р. М. Болл, Дж. Х. Коннел, Н. К. Ратха ; пер с англ. Н. Е. Агапова. М. : Техносфера, 2007. 352 с.
- Фролов, А. В. Синтез и распознавание речи. Современные решения / Г. В. Фролов. М. : Связь, 2003. – 216 с.
- 14. Алимурадов, А. К. Определение частоты основного тона речевого сигнала с использованием метода множественной декомпозиции на эмпирические моды / А. К. Алимурадов, П. П. Чураков, А. Ю. Тычков // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2012. – № 1 (2). – С. 121–126.

- 15. Алимурадов, А. К. Определение частоты основного тона в задаче идентификации личности по голосу / А. К. Алимурадов // Молодежь и наука: модернизация и инновационное развитие страны : сб. тр. II Междунар. науч.-практ. конф. студентов и молодых ученых. Пенза, 2012. С. 399–403.
- Schuller, B. Recognising realistic emotions and affect in speech: State of the art and lessons learnt from the first challenge / B. Schuller, A. Batliner, S. Steidl, D. Seppi. – Speech Communication, In Press, 2011.
- 17. Алимурадов, А. К. Выбор оптимального набора информативных параметров речевых сигналов для систем голосового управления / А. К. Алимурадов, П. П. Чураков, А. Ю. Тычков // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2013. № 1 (3). С. 16–20.

Алимурадов Алан Казанферович

соискатель, научный сотрудник, студенческий научно-производственный бизнес-инкубатор, Пензенский государственный университет E-mail: alansapfir@yandex.ru

Alimuradov Alan Kazanferovich

applicant, researcher, student scientific and industrial business-incubator, Penza State University

УДК 621.391; 519.21

Алимурадов, А. К.

Обработка речевых команд в системах голосового управления / А. К. Алимурадов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 50–57.

УДК 621.391

А. В. Терехина, А. А. Селезнев, Г. С. Глухов, М. В. Каширин, Б. В. Цыпин

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТОТНЫХ КОМПОНЕНТ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

A. V. Terekhina, A. A. Seleznev, G. S. Gluhov, M. V. Kashirin, B. V. Tsypin

MEASUREMENT OF PARAMETERS OF FREQUENCY COMPONENTS OF MEASURING SIGNALS ON THE BASIS OF METHODS OF THE PARAMETRICAL ANALYSIS

Аннотация. Рассмотрен модифицированный алгоритм измерения параметров колебательных компонент измерительных сигналов на основе метода Прони. Определены погрешности измерения параметров частотных компонент сигналов. Даны рекомендации по применению предложенного алгоритма в информационно-измерительных системах.

A b s t r a c t. In article the modified measuring algorithm of parameters oscillatory components of measuring signals on the basis of Proni's method is considered. Errors of measurement of parameters frequency a component are defined. Recommendations about application of the offered algorithm in information and measuring systems are made.

Ключевые слова: измерительный сигнал, информационно-измерительная система, метод Прони, метод экстремальной фильтрации.

K e y w o r d s: measuring signal, information and measuring system, Proni's method, method of an extreme filtration.

В настоящее время измерения параметров частотных компонент измерительных сигналов имеют широкое применение в составе современных информационно-измерительных систем (ИИС): измерение напряжения, в том числе гармонических составляющих многочастотного спектра; измерение параметров линейных цепей с сосредоточенными параметрами; измерение добротности; измерение частоты электромагнитных колебаний; измерение фазы; измерение амплитудно-частотных характеристик четырехполюсников; измерение параметров спектра; измерение параметров модулированных сигналов и т.д.

Наиболее мощным аппаратом для всестороннего анализа сигналов в цифровой обработке является спектральный анализ [1].

Методы спектрального анализа случайных сигналов делятся на два больших класса — непараметрические и параметрические. В непараметрических методах используется только информация, содержащаяся в отсчетах анализируемого сигнала. Параметрические (*parametric*) методы предполагают наличие некоторой статистической модели случайного сигнала, а процесс спектрального анализа в данном случае включает в себя определение параметров этой модели [2]. Значительная роль в анализе сигналов принадлежит комплексному преобразованию Фурье:

$$u(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\Omega t} , \qquad (1)$$

где $A_{-k} = A_k e^{-j\phi k} = A_k$, т.е. комплексно-сопряженная с A_k величина. Нетрудно установить, что

$$A_{k} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) e^{-jk\Omega t} dt.$$
 (2)

Формулы 1 и 2 можно назвать парой преобразований Фурье, второе соотношение позволяет найти спектр, т.е. совокупность гармонических составляющих, образующих в сумме u(t), первая формула – вычислить u(t), если заданы гармоники [3].

Однако использование аппарата преобразования Фурье на практике приводит к довольно значительному искажению параметров исходного сигнала. Это связано с такими негативными особенностями классического преобразования Фурье, как «размывание» частотной информации из-за эффекта конечной длины и, как следствие, невозможность точного измерения частоты; ограничение частотного разрешения, т.е. способности различать спектральные линии двух или более составляющих; явление «утечки» – просачивание на соседние гармоники, что приводит к искажению спектра [4].

Среди методов параметрического анализа можно выделить метод наименьших квадратов (МНК) Прони, в основу которого заложена модель (3), представляющая собой сумму колебательных составляющих разной частоты с соответствующими амплитудами, фазами и затуханиями, наиболее естественно описывающая свободные и вынужденные колебания. Применение метода позволяет проводить с высокой точностью измерение параметров колебательных компонент (амплитуд, частот, коэффициентов затухания) на фоне действия шумов и помех:

$$y(i) = \sum_{i=1}^{q} U_j e^{-\alpha_j t} \cos(2\pi f_j \Delta t i + \phi) = \sum_{j=1}^{p} a_j y_{i-j} = \sum_{j=1}^{p} U_j e^{\alpha_j |\Delta t|} e^{j(2\pi f_j \Delta t + \phi_j)},$$
(3)

где p – порядок модели; q – число колебательных и/или инерционных составляющих сигнала; U – амплитуды; α – затухания; f – частоты; ϕ – фазы; a – коэффициенты авторегрессионной модели; Δt – шаг дискретизации.

Использование метода Прони позволяет проводить измерение амплитуд и частот сигнала с погрешностью менее 0,5 %. Однако важным вопросом применимости метода в ИИС является вопрос реализуемости данного метода в микропроцессоре с использованием необходимого порядка аппроксимирующей модели. Было установлено, что реализация метода Прони в микропроцессоре – крайне сложная процедура [5]. Вследствие этого необходимо создание методов, в состав которых входит процедура Прони, удовлетворяющих требованиям точности ИИС и возможности их реализации в микропроцессоре, входящем в состав той или иной ИИС.

Для упрощения практической реализации метода Прони предложено использовать еще один метод современной цифровой обработки сигналов – метод экстремальной фильтрации.

Метод экстремальной фильтрации состоит в разложении исследуемого сигнала на знакопеременные составляющие, каждая из которых может быть отнесена к определенной полосе частот [6, 7]. Оценка порядка модели исследуемого сигнала осуществляется по количеству частотных составляющих, каждой из которых соответствует второй порядок.

Принцип разделения сигнала на знакопеременные составляющие строится на том факте, что экстремумы сигнала несут информацию о самой высокочастотной узкополосной составляющей [8]. После удаления (фильтрации) из сигнала этой составляющей мы получим сглаженную кривую, экстремумы которой несут информацию о следующей узкополосной составляющей [9, 10].

Предполагается, что в сигнале сложной формы содержится колебательная составляющая с частотой $f_1 = \frac{1}{2\Lambda}$, где Λ – минимальное расстояние между экстремумами сигнала.

Самая высокочастотная знакопеременная составляющая может быть выделена следующим образом:

$$y_i^p = -\frac{1}{4}y_{3i-1} + \frac{1}{2}y_{3i} - \frac{1}{4}y_{3i+1}, \qquad (4)$$

а полученная в результате удаления этой знакопеременной составляющей сглаженная последовательность получается из уравнения

$$y_i^c = \frac{1}{4} y_{3i-1} + \frac{1}{2} y_{3i} + \frac{1}{4} y_{3i+1}.$$
 (5)

Важным свойством полученных последовательностей $y_i^p(j)$ (где j – номер составляющей) является их знакопеременность, т.е. соседние элементы последовательности всегда имеют разные знаки [10]. Метод экстремальной фильтрации позволяет исследовать сигналы сложной формы, например, сумму нескольких гармонических колебаний, или переходные процессы. Кроме того, этот метод может использоваться и в качестве метода спектрального оценивания и позволяет достичь требуемой точности оценки спектра, в зависимости от числа итераций исходного алгоритма.

Сглаживание сигнала оператором (5) соответствует пропусканию данных через цифровой фильтр нижних частот с передаточной функцией:

$$G(f) = \frac{\ddot{Y}(f)}{Y(f)} = 0,25(e^{j2\pi f(t_{3i-1}-t_{3i})} + 2 + e^{j2\pi (t_{\varpi_{3i-1}}-t_{3i})})$$
[7].

Преобразование (5) соответствует пропусканию ряда экстремумов через цифровой фильтр нижних частот с передаточной функцией

$$G(f) = 0,5(1 + \cos(2\pi f \Delta t)),$$

а преобразование (4) – пропусканию ряда экстремумов через цифровой фильтр верхних частот с передаточной функцией

$$G(f) = 0,5(1 - \cos(2\pi f\Delta t)),$$

где $\Delta = \min(t_{3i+1} - t_{3i}, t_{3i} - t_{3i-1}).$

Так как расстояние Δ между экстремумами в знакопеременной составляющей на каждом шаге увеличивается, фильтр, описываемый выражением (4), является полосовым по отношению к диапазону $1/2\Delta t$.

Алгоритм разложения сигнала на колебательные и затухающие составляющие в соответствии с аппроксимативным методом экстремальной фильтрации включает следующие этапы:

1. Выбираем анализируемый сигнал, представленный дискретными отсчетами, либо регистрируем аналоговый сигнал в дискретные моменты времени.

2. Выделяем из сигнала максимальные значения функции в некоторой области, т.е. экстремумы, а также определяем интервалы времени между значениями экстремумов.

3. Удаляем высокочастотную составляющую с помощью цифрового фильтра нижних частот: $y_{3i}^c = 0,25y_{3i-1} + 0,5y_{3i} + 0,25y_{3i+1}$.

4. Определяем разность между измеряемым сигналом и уже выделенными составляющими с помощью (4) [7]: $\overline{y}_{3i} = y_{3i} - \hat{y}_{3i} = -0,25y_{3i-1} + 0,5y_{3i} - 0,25y_{3i+1}$.

5. По значениям экстремумов и интервалов между ними определяем параметры составляющих $f_i = K_i / 2N\Delta t$ и σ_i или применяем процедуру Прони.

Алгоритм обработки временного ряда на основе предложенного комбинационного метода приведен на рис. 1.

2014, № 1 (7)



Рис. 1. Алгоритм обработки сигнала на основе комбинации метода экстремальной фильтрации и МНК Прони

Анализ результатов моделирования позволяет сделать выводы о том, что погрешность измерения амплитуды и частоты определяется единицами процентов (рис. 2, 3). Для стабильных значений погрешностей измерения параметров колебательных компонент необходимо исследовать как минимум 300–400 отсчетов исследуемого сигнала.



Рис. 2. Зависимость погрешности измерения частоты от длины выборки N при использовании метода экстремальной фильтрации



Рис. 3. Зависимость погрешности измерения амплитуды от длины выборки N

Увеличение числа отсчетов сигнала, отношения сигнал/шум, разрядности АЦП не приводит к снижению погрешности измерения амплитуд и частот колебательных компонент сигнала.

Помехоустойчивость предложенной комбинации методов, определяемая исследованием отношения дисперсии сигнала к дисперсии шума, составляет 4–5 раз.

Оценка времени обработки сигнала зависит от аппаратной реализации, выбранной пользователем, однако наличие информации о тактовой частоте процессора позволяет определять время, затрачиваемое на обработку информации. В нашем случае, при f = 2,43 Гц, значения времени обработки сигнала при использовании комбинационного алгоритма EF + Прони приведены на рис. 4.



Рис. 4. Зависимость времени обработки сигнала от количества дискретных отсчетов N

Для оптимизации выбора параметров регистрации, оцифровки и условий воспроизведения сигнала в зависимости от предъявляемой точности ИИС при определении амплитуд и частот исследуемого сигнала предложено использование номограмм – графических функциональных зависимостей от многих переменных [11].

Вследствие невозможности учета всего многообразия различных сочетаний значений влияющих факторов результаты исследований погрешностей измерения параметров колебательных компонент сигналов были приведены в наглядную компактную форму, позволяющую неподготовленному пользователю, не знакомому с особенностями метода, выбирать условия эксперимента и, соответственно, значения влияющих факторов, обеспечивающих требуемое значение погрешности [11].

Номограммы представляют собой графические функциональные зависимости от многих переменных. В качестве параметров номограмм выбраны количество отсчетов N, отношение сигнал/шум q, порядок аппроксимирующей модели p и количество периодов измеряемого сигнала n.

На пересечении прямых, соединяющих значения параметров p-n и q-N, ставим значение погрешности, полученное при моделировании при выбранных значениях p, n, q и N. Конечно, каждой точке будет соответствовать множество комбинаций. Но есть и общие закономерности: при большой длине выборки даже при малом отношении сигнал/шум можно получить такой же результат, как и при малой выборке для слабо зашумленного сигнала; при малом числе периодов для улучшения разрешения необходимо увеличить порядок, а при большом количестве периодов порядок можно и не завышать.

В результате проведенных исследований в среде MatLab установлено, что предложенный комбинационный алгоритм на основе метода Прони позволяет измерять амплитуды и частоты исследуемых сигналов с погрешностями менее 1 %, при этом скорость обработки сигнала, зависящая от аппаратной реализации, не превышает 30 с для числа отсчетов не более 1000, что предоставляет возможность использования алгоритма в ИИС, основным требованием которых является быстродействие.

Список литературы

- 1. Егорова, Е. В. Методы и алгоритмы вейвлетной обработки сигналов в цифровых системах связи : автореферат дис. ... канд. техн. наук : 05.12.04 / Егорова Е. В. М., 2010. 186 с.
- 2. Сергиенко, А. Б. Обработка сигналов и изображений / А. Б. Сергиенко // Signal Processing Toolbox.
- Филиппов, Л. И. Принципы аналитического представления и дискретизации сигналов / Л. И. Филлипов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2000. – № 10. – С. 95–100.
- Кривошеев, В. И. О некоторых возможностях и проблемах современного цифрового спектрального анализа / В. И. Кривошеев, С. Ю. Лупов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 5. – С. 109–117.
- Пушкарева, А. В. Использование метода декомпозиции на эмпирические моды для сжатия информации в системах контроля и диагностики технически сложных объектов РКТ / А. В. Пушкарева, И. А. Феоктистов // Датчики и системы – 2011 : сб. тр. межрег. науч.-практ. конф. молодых ученых и специалистов / под ред. акад. А. В. Блинова. – Пенза : НИИФИ, 2011. – С. 16–18.
- Берестень, М. П. Концепция организации обработки информации в системах диагностики и распознавания / М. П. Берестень, А. Ю. Зенов // Перспективные научные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении : сб. тр. науч.-техн. конф. – Самара : Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2012. – 112 с.
- Строганов, М. П. Обработка сигналов в системах диагностики : моногр. / М. П. Строганов, М. П. Берестень, Н. В. Мясникова ; под ред. Е. П. Осадчего. Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1997. 120 с.
- 8. Мясникова, М. Г. Измерение параметров электрических сигналов на основе метода Прони : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.01 / Мясникова М. Г. Пенза, 2007. 181 с.
- 9. Мясникова, Н. В. Экстремальная фильтрация и ее приложения / Н. В. Мясникова, М. П. Берестень // Датчики и системы. 2004. № 4. С. 8–11.
- Марпл, С. Л. (мл.). Цифровой спектральный анализ и его приложения : пер. с англ. / С. Л. Марпл (мл.). – М. : Мир, 1990. – 584 с.

11. Мясникова, М. Г. Разработка методики измерения параметров электрических сигналов на основе номограмм / М. Г. Мясникова, А. В. Пушкарева // Методы, средства и технологии получения и обработки измерительной информации : тр. Междунар. науч.-техн. конф. «Шляндинские чтения – 2010». – Пенза : Изд-во ПГУ, 2010. – С. 38–40.

Терехина Анастасия Валерьевна аспирант, Пензенский государственный университет E-mail: anastacia.terekhina@gmail.com	<i>Terekhina Anastasiya Valer'evna</i> postgraduate student, Penza State University
Селезнев Анатолий Анатольевич студент, Пензенский государственный университет E-mail: strannik_1992_26_03@mail.ru	<i>Seleznev Anatoliy Anatol'evich</i> student, Penza State University
<i>Глухов Геннадий Сергеевич</i> студент, Пензенский государственный университет E-mail: genok_cskamoscow@mail.ru	<i>Glukhov Gennadiy Sergeevich</i> student, Penza State University
Каширин Максим Витальевич студент, Пензенский государственный университет E-mail: maksimus_kashiri@mail.ru	<i>Kashirin Maksim Vital'evich</i> student, Penza State University
Цыпин Борис Вульфович доктор технических наук, профессор, кафедра информационно-измерительной техники, Пензенский государственный университет E-mail: cypin@yandex.ru	Tsypin Boris Vul'fovich doctor of technical sciences, professor, sub-department of information and measuring equipment, Penza State University

УДК 621.391

Измерение параметров частотных компонент измерительных сигналов на основе методов параметрического анализа / А. В. Терехина, А. А. Селезнев, Г. С. Глухов, М. В. Каширин, Б. В. Цыпин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 58–64.

И. Н. Баринов, В. С. Волков, С. П. Евдокимов, Д. А. Кудрявцева

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫСОКООМНЫХ КРЕМНИЕВЫХ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ СТАБИЛЬНОСТИ ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ

I. N. Barinov, V. S. Volkov, S. P. Evdokimov, D. A. Kudryavtseva

USE OF SILICON HIGH-RESISTANCE STRAIN GAGES TO IMPROVE LONG-TERM STABILITY OF PRESSURE SENSORS FOR MONITORING AND CONTROL SYSTEM

Аннотация. Показаны причины возникновения временной нестабильности в чувствительных элементах датчиков давлений и предложены методы по ее уменьшению. Предложена конструкция чувствительного элемента датчика давления, основанная на использовании высокоомных монокремниевых тензорезисторов. Проанализированы результаты моделирования схемы температурной компенсации, содержащей высокоомный терморезистор.

A b s t r a c t. The causes of pressure sensor elements long-term unstability are showed. The long-term unstability reduction methods are proposed. the design of a pressure sensor based on the use of high-resistivity silicon strain gauges is proposed. The results of simulation the temperature compensation circuit comprising a high resistance thermistor are analyzed.

Ключевые слова: высокотемпературный датчик давления, временная стабильность параметров, дефекты полупроводника, КНД-структура, высокоомный кремний.

K e y w o r d s: high temperature pressure sensor, long-term stability, semiconductor defects, SOI-structure, high-resistance silicon.

Введение

Измерение давления составляет значительную часть измерений, проводящихся на объектах современной техники. К современным датчикам давлений, подвергающихся на различных этапах отработки и эксплуатации воздействию температур до 500...600 °C, ионизирующих излучений и жестких электромагнитных помех, предъявляются высокие метрологические и эксплуатационные требования. Для соответствия таким высоким требованиям необходимо совершенствовать существующие средства измерения, к которым относятся высокотемпературные полупроводниковые датчики давлений (ВПДД).

Всю совокупность погрешностей, возникающих при эксплуатации датчиков давлений, возможно частично или даже полностью компенсировать процессорной обработкой выходного сигнала во всем температурном диапазоне эксплуатации. Исключения составляют так называемые прогрессирующие, или дрейфовые, погрешности – непредсказуемые погрешности, медленно изменяющиеся во времени. Их особенностью является то, что они могут быть

скорректированы введением поправки лишь в данный момент времени, а далее вновь непредсказуемо возрастают. Поэтому в отличие от систематических погрешностей, которые могут быть скорректированы поправкой, найденной один раз на весь срок службы датчика, прогрессирующие погрешности требуют непрерывного повторения коррекции и тем более частой, чем меньше должно быть их остаточное значение. Другая особенность прогрессирующих погрешностей состоит в том, что их изменение во времени представляет собой нестационарный случайный процесс и поэтому в рамках хорошо разработанной теории стационарных случайных процессов они могут быть описаны лишь с оговорками [1]. В связи с этим на первый план выступает задача снижения именно данного вида погрешностей для достижения высоких метрологических характеристик, отвечающих требованиям авиационной и ракетно-космической техники. При этом долговременный дрейф, напрямую зависящий от прогрессирующих погрешностей, должен быть не более 0,1 % от P_{max} в год.

Учитывая непредсказуемость корреляции прогрессирующих погрешностей от времени, единственным методом исключения или уменьшения данного вида погрешностей является создание стабильных преобразователей датчиков давлений на этапе разработки их конструктивно-технологических решений.

Анализ причин временной нестабильности ЧЭ ВПДД

В чувствительных элементах (ЧЭ) ВПДД основным компонентом, привносящим долговременный дрейф, являются легированные участки микромеханических кремниевых систем, в качестве которых могут выступать тензорезисторы, тонкие мембраны, балки, кантилеверы и др., созданные методами диффузии и ионной имплантации. Во внутренней структуре таких участков существует большое количество дефектов, являющихся причиной деградации характеристик полупроводника, а значит и ЧЭ в целом, из-за наличия объемной диффузии в условиях и режимах эксплуатации ЧЭ.

Практика показала, что отказы одних и тех же ЧЭ, обусловленные процессами объемной диффузии, проявляются как в ранние периоды времени, так и по истечении десятка тысяч часов эксплуатации [2, 3]. Причем в одном и том же ЧЭ часть однотипных элементов конструкции подвержена отказам из-за объемной диффузии, в то время как у остальных элементов могут не проявляться деградационные процессы. Это свидетельствует о том, что для начала развития деградационных изменений в элементах ЧЭ, связанных с объемной диффузией, необходимо наличие ускоряющих факторов, связанных как с внутренним состоянием структуры, так и с внешними воздействиями.

Теоретически можно предположить, что с течением времени будет наблюдаться деградация параметров, обусловленная расплыванием концентрационных профилей за счет диффузии. Согласно современным представлениям основным ускоряющим фактором для объемной диффузии выступает повышенная температура эксплуатации ЧЭ, когда значительно возрастает подвижность дефектов.

Кроме того, в качестве таких факторов могут выступать коллективные и локальные дефекты структуры, дислокации, дислокационные сетки, дефекты упаковки, присутствие примесей, электрические и объемные силы, обусловленные механическими деформациями. Наибольшее влияние на долговечность ЧЭ оказывают дефекты упаковки и дислокации в связи с их большой протяженностью и способностью двигаться и размножаться, а также порождать новые дефекты. Образовавшиеся дислокации служат источниками ускоренной диффузии примеси в нормальных условиях работы ЧЭ [2].

Внутренние дислокации возникают при диффузии легирующих элементов, например, таких как фосфор и бор, из источников с высокой концентрацией примесей. Так, для возникновения сетки дислокаций необходимы критическая поверхностная концентрация атомов диффузионного слоя фосфора $N_{\text{пов}} \approx 5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$ и полная концентрация атомов фосфора $(2...6) \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. При этом диффузионный слой создает напряжения при 1100...1200 °C, приблизительно равные 10 МПа [4]. При локальной диффузии бора сетки дислокаций образуются при $N_{\text{пов}} \ge (2...3) \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$, тогда как при сплошной диффузии – при $N_{\text{пов}} \ge 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$, а плотность дислокаций в диффузионных окнах примерно на порядок превышает плотность дислокаций при сплошной диффузии [4].

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных дефектам в структурах, механизм их образования и развития в зависимости от методов легирования и условий эксплуатации до сих пор до конца не исследован [2]. Но можно утверждать, что наиболее перспективным методом устранения таких дефектов, а значит и уменьшения дрейфа, является либо полное исключение легированных участков, либо значительное снижение уровня легирования материала.

Кроме легированных участков микромеханических кремниевых систем, другой причиной, привносящей долговременный дрейф в ЧЭ ВПДД, является наличие p-n-перехода между тензо- и терморезисторами и подложкой, что обуславливает локальные упругие напряжения, которые релаксируют как во времени, так и в условиях изменения параметров окружающей среды; высокие токи утечки через p-n-переход; невозможность функционирования ЧЭ при температуре свыше 120 °С и др.

Конструктивные способы повышения временной стабильности

Исключить наличие *p*–*n*-перехода возможно с помощью использования в ЧЭ ВПДД структуры «кремний-на-диэлектрике» (КНД) (рис. 1), обладающей неоспоримыми преимуществами по сравнению с объемным кремнием [5].



Рис. 1. Структура ЧЭ ВПДД на КНД-структуре: *I* – кремниевая подложка; *2* – изоляционный слой; *3* – тензорезисторы из монокристаллического кремния; *4* – контактная металлизация

Рассмотрим базовую конструкцию ЧЭ ВПДД, построенную на основе КНД-структуры с тензорезисторами из монокристаллического кремния с удельным сопротивлением не менее 20 Ом·см. При таком сопротивлении концентрация легирующих примесей не превышает значения 10^{15} см⁻³, что значительно снижает вероятность образования и развития дефектов, а значит и долговременный дрейф, так как при данной концентрации не происходит генерирование дислокаций под действием возникающих напряжений [2], а наличие КНД-структуры исключает негативное влияние *p*–*n*-перехода на стабильность метрологических характеристик ВПДД.

Следует отметить, что при использовании в составе ЧЭ тензорезисторов из нелегированного монокремния при концентрации легирующей примеси, не превышающей 10¹⁵ см⁻³, сопротивление тензорезисторов будет иметь значение в пределах единиц мегаом, тогда как традиционные ЧЭ ВПДД содержат тензорезисторы с сопротивлением на три порядка менее (до единиц килоом).

На рис. 2 приведены зависимости температурного коэффициента сопротивления (ТКС) кремния *n*- и *p*-типа проводимостей от удельного сопротивления [6], на рис. 3 – зависимости удельного сопротивления кремния от концентрации легирующих элементов: фосфора (кривая *P*) и бора (кривая *B*) [7].



Рис. 2. Зависимости температурного коэффициента сопротивления кремния *n*- и *p*-типа проводимостей от удельного сопротивления



Рис. 3. Зависимости удельного сопротивления кремния от концентрации легирующих элементов: фосфора (кривая *P*) и бора (кривая *B*)

Из анализа кривых на рис. 2, 3 видно, что для тензорезисторов из нелегированного кремния ТКС составляет значение порядка 0,8 %/°С, тогда как для легированных тензорезисторов он не превышает 0,2 %/°С. Последнее объясняется тем, что при формировании тензорезисторов из нелегированного кремния основным компонентом, привносящим рассогласование значений ТКС в пределах одного ЧЭ, является наличие так называемых «ростовых» дефектов в кристаллической решетке кремния, сформированной на стадии выращивания слитка, максимальное значение которых составляет 10^2 см⁻² (как для кремния, полученного методом Чохральского, так и для отсеченного слоя кремния в случае использования технологии Smart CutTM) [2, 8–10]. К «ростовым» дефектам относятся дислокации и дислокационные петли, линии скольжения, двойники, дефекты упаковки, кластеры (скопления вакансий), микропреципитаты примесей, микровключения легирующих примесей.

Кроме того, дополнительным источником дефектов являются внутренние структурные и межфазные механические напряжения, обусловленные проведением операции травления функционального слоя по формированию тензорезисторов, а также проведением операции химикомеханической полировки на этапе изготовления КНД-структуры по технологии Smart CutTM.

В то же время относительно большое значение вариация ТКС тензорезисторов из легированного кремния в пределах одного ЧЭ обусловлено, помимо «ростовых» дефектов, описанных ранее, так называемыми «технологически вносимыми» дефектами, возникающими в кристаллической решетке кремния в случае проведения операций по формированию тензорезистивных слоев (тензорезисторов) (окисление, легирование, высокотемпературная диффузия, отжиг и т.д.) [2]. Данные дефекты возникают:

– при термическом окислении кремния: дефекты упаковки, колонии преципитатов быстродиффундирующих примесей, кластеры точечных дефектов;

– при диффузии возникают дефекты, инициируемые внутренними (сетки дислокаций несоответствия, дефекты упаковки, включения легирующего элемента) и внешними (дислокации и линии скольжения) напряжениями, граничные дислокации, обусловленные скачком напряжений на границе раздела «диффузионная область – внедиффузионная область», и дефекты, связанные с исходным кремнием и проведением процесса диффузии.

В результате в тензорезисторах из легированного кремния происходит образование множества дефектов, влияющих как на вариацию ТКС тензорезисторов в пределах одного ЧЭ (что приводит к необходимости расчета индивидуальной схемы термокомпенсации для каждого ЧЭ), так и на временную стабильность ЧЭ и датчика в целом.

Таким образом, при использовании тензорезисторов они располагаются на ЧЭ и объединяются в полную мостовую схему, при этом тензорезисторы из нелегированного кремния *p*-типа характеризуются следующими параметрами: удельное сопротивление не менее 20 Ом·см, номинальное сопротивление тензорезисторов не менее 1 МОм, ТКС порядка 0,8 %/°С, температурный коэффициент тензочувствительности (ТКЧ) порядка 0,4 %/°С, коэффициент тензочувствительности [11–14].

Моделирование и анализ температурной зависимости выходного сигнала ЧЭ с высокоомными тензорезисторами

Зависимость сопротивления тензорезистора от температуры и деформации вследствие измеряемого давления может быть представлена в следующем виде (линейное приближение) [15]:

$$R(P,T) = R_0(1 + \alpha_1 \Delta T)(1 \pm k_0(1 + \gamma \Delta T)\varepsilon), \qquad (1)$$

где R_0 – номинал тензорезистора при нормальной температуре; α_1 – ТКС [1/°С]; k_0 – коэффициент тензочувствительности при нормальной температуре; ε – относительная деформация тензорезистора; γ – ТКЧ [1/°С]; ΔT – диапазон изменения рабочей температуры ВПДД.

Знак «+» соответствует тензорезисторам R_1 и R_4 , а знак «-» – тензорезисторам R_2 и R_3 в выражении (2), описывающем выходной сигнал мостовой схемы:

$$U_{\rm BMX} = U_{\rm II} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}.$$
 (2)

Далее исследуем характеристики мостовой измерительной схемы путем имитационного моделирования в программе MathCad.

На рис. 4 показан выходной сигнал мостовой схемы при максимальном входном давлении, моделированной для номиналов резисторов $R_0 = 1$ МОм, напряжения питания 1 В и температурного диапазона $\Delta T = 300$ °C. Значение деформации $\varepsilon = 0,0005$.



Рис. 4. Выходной сигнал мостовой схемы при максимальном давлении в заданном диапазоне температур ВПДД

Результаты моделирования показывают, что значение выходного сигнала составляет 75 мВ и в заданном температурном диапазоне линейно возрастает до 165 мВ, т.е. более чем в 2 раза. Это связано с высоким значением ТКС и ТКЧ тензорезисторов, что является единственным серьезным недостатком нелегированного монокремния как материала тензорезисторов.

Простейшим способом компенсации температурной зависимости является включение во входную или выходную диагональ моста терморезистора. Рассмотрим включение в выходную диагональ моста делителя напряжения, состоящего из терморезистора и R_t и постоянного резистора $R_{\rm A}$. В этом случае выходной сигнал будет описываться выражением

$$U_{\rm BLIX1} = U_{\rm fr} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \cdot \frac{R_{\rm fr}}{R_t (\Delta T) + R_{\rm fr}},$$
(3)

где $R_t(\Delta T) = R_{t0}(1 + \beta \cdot \Delta T)$. Для сохранения временной стабильности ВПДД терморезистор целесообразно изготавливать также из нелегированного кремния, тогда его номинал R_{t0} принимается равным также 1 МОм, а ТКС терморезистора β равен ТКС тензорезисторов α и составляет 0,8 %/°С.

Тогда для определения значения сопротивления $R_{\rm d}$ необходимо продифференцировать выражение (3) по температуре и приравнять к 0 (условие нечувствительности схемы к изменению температуры). Из этого условия значение сопротивления $R_{\rm d}$ будет определяться формулой

$$R_{\rm g} = \frac{R_0(\alpha - \gamma)}{\gamma} \,. \tag{4}$$

Для заданных значений моделируемой схемы значение $R_{\rm a}$ составит 3·10⁶ Ом. Выходной сигнал схемы при максимальном давлении при включении термокомпенсационной схемы показан на рис. 5. Значение выходного сигнала составляет 56 мВ во всем диапазоне температур. Недостатком такого способа компенсации является снижение выходного сигнала, но в данном случае оно составляет не более 25 %, и значение выходного сигнала является типичным для полупроводниковых тензорезистивных датчиков давления.



Рис. 5. Выходной сигнал мостовой схемы при максимальном давлении в заданном диапазоне температур ВПДД при включении схемы температурной компенсации

При проектировании ВПДД необходимо учесть технологический разброс параметров тензорезисторов (в первую очередь номиналов и ТКС). Примем, что разброс при изготовлении не превышает 1 %. Смоделируем худший случай, при котором номинал и ТКС резисторов R_1 и R_4 увеличивается, а номинал и ТКС резисторов R_2 и R_3 уменьшается, вызывая появление на

выходе измерительной схемы максимального напряжения температурной погрешности. Результат моделирования представлен на рис. 6. (сплошная линия – схема без термокомпенсации, пунктир – схема с термокомпенсацией).



Рис. 6. Моделирование мостовой схемы при максимальном давлении с подключенной схемой термокомпенсации с учетом технологического разброса параметров тензорезисторов

Выходной сигнал схемы без термокомпенсации возрастает при изменении температуры от 85 до 138 мВ, что составляет 62 %, или 0,2 %/°С. Сигнал схемы с термокомпенсацией меняется от 63 до 66 мВ, что составляет 4,8 %, или 0,016 %/°С. Выходной сигнал схемы с термокомпенсацией показан на рис. 7.

Необходимо отметить, что технологический разброс параметров резисторов при изготовлении вызывает появление погрешности начального выходного сигнала. На рис. 8 показаны результаты моделирования схемы без термокомпенсации и с термокомпенсацией с учетом разброса параметров резисторов, равного 1 % (сплошная линия – схема без термокомпенсации, пунктир – схема с термокомпенсацией).



Рис. 7. Выходной сигнал мостовой схемы при максимальном давлении с учетом технологического разброса параметров тензорезисторов

Из рис. 7 видно, что выходной сигнал, вызванный начальным разбалансом мостовой схемы, в случае применения термокомпенсации меньше на величину порядка 25 %, чем выходной сигнал схемы без термокомпенсации, кроме того, его максимальное изменение не превышает 30 %, или 0,095 %/°С. Сигнал схемы без термокомпенсации изменятся на 80 %, или на 0,27 %/°С.



Рис. 8. Выходной сигнал при отсутствии давления

Заключение

Изготовление тензорезисторов ЧЭ из нелегированного монокремния с удельным сопротивлением не менее 20 Ом см позволяет повысить долговременную стабильность ВПДД, с сохранением их основных метрологических характеристик в диапазоне температур до 300 °C. Применение известных схем термокомпенсации позволяет на порядок снизить температурную погрешность начального выходного сигнала и чувствительности при технологическом разбросе параметров тензорезисторов, равном 1 %. Задачами дальнейшего исследования являются повышение чувствительности схемы и анализ возможности применения высокоомных кремниевых тензорезисторов при учете нелинейной температурной зависимости номинального сопротивления.

Список литературы

- 1. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. 2-е изд., перераб. и доп. Л. : Энергоатомиздат, Ленингр. отд-е, 1991. 304 с.
- 2. Горлов, М. И. Геронтология кремниевых интегральных схем / М. И. Горлов, В. А. Емельянов, А. В. Строгонов. М. : Наука, 2004. 240 с.
- Баринов, И. Н. Повышение долговременной стабильности высокотемпературных полупроводниковых датчиков давлений / И. Н. Баринов, В. С. Волков // Приборы. – 2010. – № 3. – С. 9–15.
- Концевой, Ю. А. Дефекты кремниевых структур и приборов. Ч. 2. Основные технологические операции / Ю. А. Концевой, Д. К. Филатов // Электронная техника : справочные материалы. – М., 1987. – 205 с.
- Перспективы применения структур кремний-на-изоляторе в микро-, наноэлектронике и микросистемной технике / А. Л. Асеев, В. П. Попов, В. П. Володин, В. Н. Марютин // Микросистемная техника. – 2002. – № 9. – С. 40–46.
- Bao, M. H. Analysis and design of a four-terminal silicon pressure sensor at the center of diaphragm / M. H. Bao, Y. Wang // Sensors and actuators: A. – 1987. – Vol. 12. – P. 49–56.
- Kanda, Y. Optimum design considerations for silicon pressure sensor using a four-terminal gauge / Y. Kanda // Sensors and actuators. – 1983. – Vol. 4. – P. 199–206.
- 8. URL: http://prokopep.narod.ru
- 9. ГОСТ 19658-81. Кремний монокристаллический в слитках.
- 10. URL: www.soitec.com
- 11. Баринов, И. Н. Оптимизация параметров полупроводниковых чувствительных элементов датчиков абсолютного давления / И. Н. Баринов // Приборы. 2009. № 4. С. 47–51.
- Баринов, И. Н. Конструктивно-технологические решения полупроводниковых преобразователей давлений на основе структуры «кремний-на-диэлектрике» / И. Н. Баринов // Технологии приборостроения. – 2006. – № 4. – С. 28–33.
- 13. Баринов, И. Н. Полупроводниковые чувствительные элементы датчиков давлений на основе структуры «кремний-на-диэлектрике» : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.14 / Баринов И. Н. – Пенза, 2005. – 212 с.
- Баринов, И. Н. Высокотемпературные полупроводниковые датчики давления с повышенной временной стабильностью / И. Н. Баринов, В. С. Волков // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2011. – № 8. – С. 51–55.
- Волков, В. С. Автоматизация разработки диагностического обеспечения интеллектуальных полупроводниковых датчиков давления / В. С. Волков, И. Н. Баринов // Приборы. – 2009. – № 12. – С. 20–25.

Баринов Илья Николаевич

кандидат технических наук, доцент, кафедра информационно-измерительной техники, Пензенский государственный университет E-mail: mzungu@inbox.ru

Волков Вадим Сергеевич

кандидат технических наук, доцент, кафедра приборостроения, Пензенский государственный университет E-mail: distorsion@rambler.ru

Евдокимов Сергей Павлович

соискатель, Пензенский государственный университет E-mail: mzungu@inbox.ru

Кудрявцева Дарья Александровна

соискатель, Пензенский государственный университет E-mail: mzungu@inbox.ru

Barinov Ilya Nikolaevich

candidate of technical sciences, associate professor, sub-department of information and measuring equipment, Penza State University

Volkov Vadim Sergeevich

candidate of technical sciences, associate professor, sub-department of instrument making, Penza State University

Evdokimov Sergey Pavlovich applicant,

Penza State University

Kudryavtseva Daria Alekandrovna applicant, Penza State University

УДК 621.3.032

Использование высокоомных кремниевых тензорезисторов для повышения временной стабильности датчиков давления в системах управления и контроля / И. Н. Баринов, В. С. Волков, С. П. Евдокимов, Д. А. Кудрявцева // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 65–73.

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

УДК 681.518

С. Ю. Боровик

СТРУКТУРА И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНЫХ И ОСЕВЫХ СМЕЩЕНИЙ ТОРЦОВ ЛОПАТОК В ГАЗОТУРБИННОМ ДВИГАТЕЛЕ С КОРРЕКЦИЕЙ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ¹

S. Yu. Borovik

THE STRUCTURE AND OPERATION ALGORITHMS OF THE SYSTEM FOR MEASURING OF BLADES TIPS RADIAL AND AXIAL DISPLACEMENTS IN GAS-TURBINE ENGINE WITH STATIC AND DYNAMIC ERRORS CORRECTION

Аннотация. Предложена обобщенная структура системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток в компрессоре и турбине газотурбинного двигателя, реализующей методы измерения на основе применения кластеров одновитковых вихретоковых датчиков с чувствительными элементами в виде отрезка проводника. Рассмотрены алгоритмы функционирования системы, позволяющие уменьшить составляющие статической и динамической погрешности измерения, связанные с изменениями скорости вращения лопаточного колеса и температуры в зоне установки ЧЭ ОВТД.

A **b** s **t** r a c **t**. The generalized structure of the system for measuring of blades tips radial and axial displacements in gas-turbine engine based on using of clusters of single-coil eddy-current sensor (SCECS) with sensitive elements (SE) made as a conductor piece is offered. System operation algorithms are considered too. Algorithms are permits to reduce static and dynamic error components related to variation of blade wheel revolutions as well as to variation of the temperature in SE SCESC zone.

Ключевые слова: одновитковый вихретоковый датчик, радиальные зазоры, осевые смещения, газотурбинный двигатель, лопатки, статическая и динамическая составляющие погрешности, коррекция погрешностей.

K e y w o r d s: single-coil eddy-current sensor, radial clearance, axial displacement, gasturbine engine, blades, static and dynamic errors fraction, errors correction.

74

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-08-01032а).

2014, № 1 (7)

Введение

Известно, что от величины радиального зазора между торцами лопаток и статором компрессора или турбины газотурбинного двигателя (ГТД) зависят его надежность и экономичность: с уменьшением РЗ возрастает экономичность ГТД, но надежность уменьшается из-за возможного касания торцами лопаток статора [1]. Поэтому одной из ключевых особенностей разрабатываемых в настоящее время перспективных конструкций авиационных ГТД нового поколения является наличие у них системы активного регулирования зазоров по результатам прямых измерений радиальных зазоров в газовоздушном тракте компрессора и турбины [2]. Это предъявляет особые требования к получению достоверной информации о РЗ как в стационарном, так и в нестационарном режимах работы двигателя.

Известны кластерные методы измерения координат смещений торцов лопаток, включая смещения в радиальном направлении, формирующие радиальные зазоры [3]. Такие методы предполагают использование сосредоточенных или распределенных кластеров одновитковых вихретоковых датчиков (ОВТД) с чувствительным элементом (ЧЭ) в виде отрезка проводника, способных работать в тяжелых условиях газовоздушного тракта при температурах до 1400 °С [4]. Кластерные методы реализованы в системах, технические средства которых, помимо ОВТД, включают нестандартные индивидуальные или групповые преобразователи сигналов, а также устройства ввода аналоговых сигналов промышленного изготовления, сопряженные с ПЭВМ [3, 5].

В течение ряда лет, включая и последние годы, была проведена серия теоретических и экспериментальных исследований методических и инструментальных погрешностей методов, результаты которых нашли отражение в публикациях [6–10]. Кроме того, были предложены методы уменьшения некоторых статических и динамических составляющих погрешностей, связанных, в частности, с изменениями скорости вращения лопаточного колеса [11] и температуры в зоне установки ОВТД на переходных режимах работы ГТД [9, 12]. В настоящей статье рассматривается обобщенная структура системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток в компрессоре и турбине ГТД с коррекцией указанных составляющих погрешности, а также приводятся основные алгоритмы ее функционирования.

Структурно-функциональная схема системы

Обобщенная структурно-функциональная схема системы измерения представлена на рис. 1. Ее отличительной особенностью является наличие блоков, связанных с измерением ускорений лопаточного колеса, коррекцией моментов опроса ОВТД и вычислением температуры ЧЭ датчика.



Рис. 1. Структурно-функциональная схема системы измерения

Для измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток компрессора и турбины ГТД в системе используются распределенные или сосредоточенные кластеры из двух рабочих ОВТД (ОВТД₁ и ОВТД₂) [3]. При подаче импульсов питания на датчики изменения индуктивностей ОВТД, соответствующих искомым координатам смещений, преобразуются в напряжения и осуществляется аналого-цифровое преобразование их амплитудных значений. Полученные коды подвергаются предварительной цифровой обработке, и на основе экспериментально снятых градуировочных характеристик (ГХ) осуществляется вычисление искомых координат.

Известно, что для уменьшения погрешностей, связанных с температурными изменениями геометрических и электрофизических параметров элементов конструкций ОВТД (прежде всего ЧЭ) и лопатки, в современных конструкциях датчиков предусмотрена встроенная термопара (TП, на рис. $1 - T\Pi_1$), горячий спай которой расположен в непосредственной близости к ЧЭ [3, 5]. Однако по технологическим и конструктивным особенностям ОВТД горячий спай $T\Pi_1$ располагается не на самом ЧЭ, а на удалении ~5 мм от него внутри тоководов, соединяющих ЧЭ с объемным витком согласующего трансформатора, который размещен с внешней стороны статора в зоне низких температур [5]. Очевидно, что большой температурный перепад между средой в газовоздушном тракте ГТД и внешней по отношению к статору воздушной средой создает тепловой поток в тоководах ОВТД и, как следствие, температурный перепад на участке между ЧЭ и горячим спаем ТП₁, что определяет погрешность измерения температуры. Следует подчеркнуть, что указанные погрешности наблюдаются как в стационарном, так и в нестационарном режимах работы ГТД, т.е. при постоянных и переменных во времени температурах, а потому связанные с ними погрешности можно классифицировать как статические и динамические. Для их коррекции в [9] было предложено использовать дополнительную ТП (ТП₂, см. рис. 1), устанавливаемую в хвостовой части ОВТД. Тогда после нормализации и аналого-цифрового преобразования сигналов TП₁ и TП₂ производится вычисление физических значений температур в зоне установки термопар и на их основе, с помощью моделей передачи тепла в элементах конструкции ОВТД [9, 12] определяется температура ЧЭ, которая далее используется в традиционных алгоритмах термокоррекции [5] при вычислении физических значений измеряемых величин.

Известно также, что подавляющее большинство существующих методов измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток предусматривает жесткую привязку моментов опроса ОВТД к угловому положению лопаточного колеса [3]. Традиционно эта задача решается путем предварительного измерения скорости вращения лопаточного колеса, последующего вычисления моментов прохождения замками лопаток определенных точек кластера датчиков – геометрического центра (г.ц.) сосредоточенного кластера, г.ц. и виртуального г.ц. (в.г.ц.) распределенного кластера ОВТД [13–15], синхронизации начала опроса с заданным угловым положением лопаточного колеса, собственно, формирования импульсов опроса ОВТД в расчетные моменты времени. Очевидно, что на переходных режимах работы ГТД при изменяющейся скорости вращения лопаточного колеса будет наблюдаться опережение или запаздывание фактических моментов прохождения торцами лопаток г.ц. (г.ц. и в.г.ц.) кластера ОВТД от расчетных. Это и является причиной возникновения погрешности [7].

Для коррекции указанной динамической составляющей погрешности в [11] предлагается использовать два идентичных канала измерения частоты вращения и синхронизации с ОВТД₃ и ОВТД₄. При этом применяемый для измерения скорости вращения и угловых ускорений лопаточного колеса ОВТД₃ размещается на статоре в том же сечении, что и ОВТД₁ и ОВТД₂. Изменения индуктивности ОВТД₃, связанные с прохождением лопаток, преобразуются в напряжения, и далее производится формирование импульсов, соответствующих прохождению каждой лопаткой ЧЭ датчика. Скорость вращения лопаточного колеса определяется путем подсчета заданного числа сформированных импульсов и соответствующего ему интервала времени. Необходимые для коррекции моментов опроса ОВТД₁ и ОВТД₂ угловые ускорения лопаточного колеса определяются по результатам измерений его скоростей вращения на примыкающих временных интервалах [7].

Используемый для синхронизации ОВТД₄ размещается вблизи вала ротора, на котором установлена одиночная «метка» начала оборота. Изменения индуктивности ОВТД₄ в момент прохождения «меткой» зоны чувствительности датчика преобразуются в напряжение, и формируются прямоугольные импульсы, являющиеся сигналами кадровой синхронизации. При этом применение для синхронизации ОВТД вместо традиционно используемых для этих целей датчиков частоты вращения (ДЧВ) промышленного изготовления имеет существенное

преимущество – в отличие от ДЧВ фронт нарастания сигнала на выходе ОВТД не зависит от скорости вращения вала и не меняется с ее изменением.

Алгоритмы функционирования системы

В соответствии со структурой рис. 1 для получения информации об искомых параметрах необходимо выполнение следующих операций: преобразование и формирование синхроимпульсов; преобразование и вычисление скорости вращения и ускорения лопаточного колеса; вычисление моментов опроса ОВТД₁ и ОВТД₂ с учетом возможного ускорения лопаточного колеса; преобразование в код сигналов ОВТД₁, ОВТД₂ и ТП; расчет температуры ЧЭ ОВТД, вычисление физических значений искомых радиальных и осевых смещений торцов лопаток.

На рис. 2 представлена временная диаграмма, поясняющая алгоритм управления сбором, преобразованиями и вычислениями на примере реализации системы с распределенным кластером из двух ОВТД. Для достижения большей наглядности операции предварительной обработки кодов в каналах ОВТД₁ и ОВТД₂ на временной диаграмме опущены. Предполагается, что они осуществляются в реальном времени по известным алгоритмам цифровой фильтрации [16–18]. Также предполагается, что операции, связанные с измерениями, преобразованиями и вычислениями, выполняются в три этапа, при этом длительность каждого из этапов составляет порядка одного периода вращения лопаточного колеса.



Рис. 2. Временная диаграмма, поясняющая сбор, преобразование и обработку измерительной информации

На первом этапе осуществляются формирование импульсов синхронизации, определение скорости вращения и ускорения лопаточного колеса, а также вычисление моментов опроса ОВТД в составе распределенного кластера датчиков с учетом найденного ускорения. Предполагается, что указанные операции выполняются на нижнем уровне с помощью соответствующих технических средств, в состав которых включены микроконтроллеры [11, 19].

При прохождении «меткой» на валу ротора зоны чувствительности OBTД₄ на выходе измерительного преобразователя формируется аналоговое напряжение, которое после формирователя импульсов преобразуется в прямоугольные импульсы Φ_1 , являющиеся сигналами кадровой синхронизации («*Синхр*.»).

С приходом импульса «Синхр.» запускается процесс определения скорости и ускорения лопаточного колеса. Прохождение торцами лопаток в процессе вращения ротора зоны чувствительности ОВТД₃ сопровождается формированием напряжения на выходе измерительного преобразователя, представляющего собой логическую последовательность импульсов колоколообразной формы. Формирователь импульсов на каждый колоколообразный импульс вырабатывает одиночный прямоугольный импульс Φ_2 .

Алгоритм определения скорости вращения лопаточного колеса предусматривает формирование интервала времени (T_u), определяемого заданным числом импульсов из указанной последовательности (на рис. 2 интервал измерения задан последовательностью из шести импульсов), представление этого интервала времени в цифровом виде путем его заполнения высокочастотными импульсами стандартной частоты и последующий расчет скорости вращения (N), представленной в общепринятых единицах – об/мин [19]. Для определения текущего углового ускорения (ε) осуществляется измерение скоростей вращения лопаточного колеса на примыкающих измерительных интервалах T_{u1} и T_{u2} , которые будут равны между собой при постоянной скорости вращения лопаточного колеса и не равны, если скорость вращения изменяется во времени [11]. Найденные значения скорости и ускорения лопаточного колеса позволяют определить величину опережения или запаздывания реальных моментов прохождения замками лопаток г.ц. и в.г.ц. кластера ОВТД относительно расчетных и скорректировать последние.

Блок-схема алгоритма коррекции динамической составляющей погрешности, связанной с изменением скорости вращения лопаточного колеса для рассматриваемого варианта реализации системы, представлена на рис. 3. Исходными данными для алгоритма являются значения числа лопаток контролируемого колеса компрессора или турбины (n_n) , а также найденные ранее скорость вращения лопаточного колеса (N) и его угловое ускорение (ε). На первом шаге работы алгоритма, по известной N, вычисляется период вращения лопаточного колеса $T_{n\kappa}$ (блок 3), а затем в цикле по всем n_n лопаткам (блоки 4–9) осуществляются расчет и коррекция моментов опроса ОВТД₁ и ОВТД₂. С этой целью для каждой *i*-той лопатки сначала вычисляется гипотетический момент прохождения ее замком г.ц. $(T_{0i}^{(1)})$ и в.г.ц. $(T_{0i}^{(2)})$ распределенного кластера из двух ОВТД (блок 5). Расчет выполняется для постоянной скорости вращения N. Далее, если были обнаружены изменения скорости вращения лопаточного колеса (блок 6), для каждой *i*-той лопатки в предположении о постоянстве углового ускорения производится расчет опережения или запаздывания реального момента прохождения ее замком г.ц. $(\Delta T_{0i}^{(1)})$ и в.г.ц. $(\Delta T_{0i}^{(2)})$ относительно гипотетического (блок 7). Полученные значения временных интервалов затем используются при вычислении скорректированных моментов опроса ОВТД₁ ($T_{0i}^{(1)(\kappa)}$) и ОВТД₂ ($T_{0i}^{(2)(\kappa)}$) (блок 8). Результаты расчета сохраняются в памяти системы.

Коррекцией моментов опроса $OBTД_1$ и $OBTД_2$ завершается первый этап работы алгоритма сбора, преобразования и обработки измерительной информации. При этом следует отметить, что вышеперечисленные вычисления осуществляются в оставшемся резерве времени первого оборота за вычетом T_{u1} , T_{u2} и времени, требующегося на расчет скорости вращения и ускорения лопаточного колеса.

2014, № 1 (7)



Рис. 3. Алгоритм коррекции динамической составляющей погрешности, связанной с изменением скорости вращения лопаточного колеса

На втором этапе осуществляются опрос, преобразование естественных выходных параметров ОВТД (индуктивностей) в напряжение и далее в цифровой код (*C*) [15, 20]. Как уже отмечалось, опрос ОВТД синхронизирован с периодом вращения лопаточного колеса и начинается с приходом очередного импульса «*Синхр*.» По завершении опроса ОВТД₁ и ОВТД₂ производятся опрос каналов измерения температуры, последующее аналого-цифровое преобразование сигналов ТП и расчет физических значений температур. Второй этап работы алгоритма завершается передачей данных (кодов в каналах ОВТД₁, ОВТД₂, рассчитанных значений скоростей вращения и ускорений лопаточного колеса, температур в зонах установки ТП в тоководе и хвостовой части ОВТД) на верхний уровень в ПЭВМ.

На третьем, заключительном, этапе осуществляются вычисление температуры ЧЭ ОВТД ($\theta_{\text{ЧЭ}}$) по показаниям встроенных в датчик ТП, термокоррекция результатов преобразования ОВТД и расчет физических значений искомых радиальных и осевых смещений.

Алгоритм вычисления температуры ЧЭ ОВТД, обеспечивающий коррекцию статической и динамической температурных погрешностей, основан на использовании моделей передачи тепла в элементах конструкции ОВТД (подробные описания моделей приведены в работах [9, 10]). В указанных моделях расчет температуры ЧЭ (θ_{y_3}) осуществляется по измеренным с помощью ТП₁ и ТП₂ температурам θ_1 и θ_2 и вычисленным заранее тепловым сопротивлениям R_1 и R_2 участков токовода ОВТД от ЧЭ до горячего спая ТП₁ и от горячего спая ТП₁ до го-

рячего спая $T\Pi_2$ (в динамической модели также учитывается постоянная времени τ_1 прогрева участка токовода от ЧЭ до горячего спая $T\Pi_1$). Тепловые сопротивления вычисляются через геометрические размеры соответствующих участков токовода для заданных значений теплопроводности материала датчика, а постоянная времени τ_1 определяется как произведение теплового сопротивления R_1 на теплоемкость участка токовода от ЧЭ до горячего спая $T\Pi_1$.

Найденная $\theta_{\rm H3}$ используется далее в *алгоритме температурной коррекции* [5], являющемся одной из процедур при расчете искомых координат смещений торцов лопаток. Алгоритм предполагает пересчет для вычисленной температуры ЧЭ загруженных заранее в память ПЭВМ семейств ГХ, связывающих коды, соответствующие выходным параметрам (индуктивностям) ОВТД в составе кластера, с искомыми координатами с учетом возможного диапазона измерения рабочих температур.

Алгоритм вычисления искомых координат смещений торцов лопаток предполагает их определение путем решения систем уравнений, составленных на основе результатов преобразований в каналах ОВТД и семейств ГХ. Для аппроксимации семейств ГХ обычно используются полиномиальные функции нескольких переменных и кусочно-линейные интерполяционные таблицы [3, 5, 21]. Решение системы уравнений осуществляется методом Ньютона [22], в котором предусмотрены итерационные процедуры, отличающиеся квадратичной сходимостью и сравнительно малыми вычислительными затратами.

Следует отметить, что при очевидных достоинствах традиционного поиска решения на основе метода Ньютона имеется и существенный недостаток, связанный с необходимым условием монотонности семейства ГХ для разрешения систем уравнений. Учитывая, что у реальных ОВТД на ГХ есть локальные экстремумы, использование метода Ньютона приводит к значительному ограничению рабочего диапазона измерений координат. В работе [23] предлагается модифицированный алгоритм вычисления двух координат смещений торцов лопаток, в котором расширение рабочих диапазонов осуществляется за счет использования немонотонных участков семейств ГХ ОВТД.

Заключение

Предложена структура и рассмотрены основные алгоритмы функционирования системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток компрессора и турбины ГТД на основе применения кластеров ОВТД. Приведенные в статье решения обеспечивают возможность коррекции составляющих погрешности измерения смещений торцов лопаток, связанных с изменениями скорости вращения лопаточного колеса и температуры газовоздушной среды в зоне установки ОВТД.

Список литературы

- 1. Прокопец, А. Необходимость диагностирования радиальных зазоров в проточной части газотурбинных двигателей / А. Прокопец, Б. Ревзин, А. Рожков // Газотурбинные технологии. 2004. № 4. С. 5–7.
- Боровик, С. Ю. Активное регулирование радиальных зазоров в проточной части ГТД (обзор зарубежных публикаций) / С. Ю. Боровик, В. П. Данильченко, Ю. Н. Секисов // Газотурбинные технологии. – 2011. – № 2. – С. 36–40.
- Кластерные методы и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / под общ. ред. О. П. Скобелева. – М. : Машиностроение, 2011. – 298 с.
- Одновитковые вихретоковые датчики: от кластерных композиций к кластерным конструкциям / Л. Б. Беленький, Б. К. Райков, Ю. Н. Секисов [и др.] // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. VI Междунар. конф. – Самара : Самарский научный центр РАН, 2004. – С. 437–443.
- Методы и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / под ред. Ю. Н. Секисова, О. П. Скобелева. – Самара : Изд-во СамНЦ РАН, 2001. – 188 с.
- Боровик, С. Ю. Оценка влияния на точность преобразования температурных воздействий среды в месте установки одновитковых вихретоковых датчиков радиальных зазоров / С. Ю. Боровик // Материалы 4-й Всерос. мультиконф. по проблемам управления. – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – Т. 2. – С. 301–303.

- 7. Боровик, С. Ю. Методические погрешности систем измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток / С. Ю. Боровик, О. П. Скобелев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – № 4. – С. 31–35.
- Беленький, Л. Б. Влияние ненулевых начальных условий на погрешности импульсной измерительной цепи с кластером одновитковых вихретоковых датчиков / Л. Б. Беленький, С. Ю. Боровик, О. П. Скобелев // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». – 2012. – № 1 (33). – С. 46–50.
- Погрешность измерения температуры чувствительного элемента одновиткового вихретокового датчика в каналах термокоррекции системы сбора информации о многокоординатных смещениях торцов лопаток и метод ее уменьшения / С. Ю. Боровик, М. М. Кутейникова, Ю. Н. Секисов [и др.] // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». 2012. № 3 (35). С. 43–48.
- Боровик, С. Ю. Динамические температурные погрешности в каналах термокоррекции семейств градуировочных характеристик системы измерения с кластерами одновитковых вихретоковых датчиков / С. Ю. Боровик, Ю. Н. Секисов, О. П. Скобелев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – № 12. – С. 62–64.
- Белопухов, В. Н. Система измерения ускорений лопаточного колеса компрессора и турбины с использованием одновиткового вихретокового датчика и микроконтроллера / В. Н. Белопухов, С. Ю. Боровик // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. XIV Междунар. конф. – Самара : СамНЦ РАН, 2012. – С. 607–611.
- 12. Боровик, С. Ю. Об использовании тепловой модели одновиткового вихретокового датчика для коррекции температурных погрешностей / С. Ю. Боровик, Ю. Н. Секисов // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. VII Междунар. конф. – Самара : СамНЦ РАН, 2005. – С. 175–180.
- 13. Боровик, С. Ю. Методы получения информации о многокоординатных смещениях торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / С. Ю. Боровик, Ю. Н. Секисов, О. П. Скобелев // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. VIII Междунар. конф. – Самара : СамНЦ РАН, 2006. – С. 232–239.
- 14. Метод получения измерительной информации о многокоординатных смещениях торцов лопастей винтовентилятора с разновременным преобразованием сигналов кластерных датчиков. Ч. 1. Обоснование предлагаемого метода и его описание / Л. Б. Беленький, С. Ю. Боровик, Б. К. Райков [и др.] // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». – 2009. – № 1 (23). – С. 89–94.
- 15. Методы измерения смещений торцов лопаток в компрессорах и турбинах на основе распределенных кластеров датчиков. Ч. 1. Обоснование предлагаемых методов и их описание / Л. Б. Беленький, С. Ю. Боровик, Б. К. Райков [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 4. – С. 16–19.
- 16. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. СПб. : Питер, 2002. 608 с.
- 17. Хемминг, Р. В. Цифровые фильтры / Р. В. Хемминг. М. : Недра, 1987. 221 с.
- Олсон, Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Г. Олсон, Дж. Пиани. СПб. : Невский Диалект, 2001. – 557 с.
- 19. Белопухов, В. Н. Система измерения скорости вращения ротора ГТД на основе одновитковых вихретоковых датчиков / В. Н. Белопухов, Ю. Н. Секисов, О. П. Скобелев // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. XIII Междунар. конф. – Самара : Изд-во СамНЦ РАН, 2011. – С. 311–315.
- 20. Методы измерения смещений торцов лопаток в компрессорах и турбинах на основе распределенных кластеров датчиков. Ч. 2. Реализуемость методов / Л. Б. Беленький, С. Ю. Боровик, А. В. Логвинов А. В. [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 5. – С. 21–30.
- 21. Тулупова, В. В. Алгоритмические и программные средства аппроксимации градуировочных характеристик систем измерения полиномиальными функциями нескольких переменных / В. В. Тулупова, Р. В. Филимонов // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. III Междунар. конф. – Самара : Изд-во СамНЦ РАН, 2001. – С. 573–577.
- 22. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. М. : Наука, 1978. 512 с.
- 23. Кутейникова, М. М. Алгоритм вычисления радиальных и осевых смещений торцов лопаток / М. М. Кутейникова, Ю. Н. Секисов // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. XII Междунар. конф. – Самара : Изд-во СамНЦ РАН, 2010. – С. 323–327.

Боровик Сергей Юрьевич,

доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, заместитель директора по научной работе, Институт проблем управления сложными системами Российской академии наук E-mail: borovik@iccs.ru

Borovik Sergey Yur'evich

doctor of technical sciences, leading researcher, deputy director for scientific work, Institute of problems of management of complex systems The Russian Academy of Sciences

УДК 681.518

Боровик, С. Ю.

Структура и алгоритмы функционирования системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток в газотурбинном двигателе с коррекцией статических и динамических погрешностей / С. Ю. Боровик // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 74–82.

Л. Е. Шахмейстер, В. Ю. Трофимов

ЭЛЕКТРОПИТАНИЕ МАЛОГАБАРИТНЫХ АВТОНОМНЫХ ДАТЧИКОВ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ИНДУКТИВНЫМ КОНТУРОМ УПРАВЛЕНИЯ

L. E. Shakhmeister, V. Yu. Trofimov

THE POWER SUPPLY SOURCES FOR SMALL-SIZED INDEPENDENT SENSORS OF DATA-MEASURING SYSTEMS WITH AN INDUCTIVE CONTROL PATH

А н н о т а ц и я. Разработаны схемотехнические решения по многофункциональному использованию элементов автономных датчиков, направленные на сокращение габаритных размеров последних. Показано, что уменьшение габаритных размеров датчика может быть обеспечено за счет использования приемной катушки индуктивной линии управления датчиком в качестве дросселя его вторичного источника электропитания. Экспериментально определены энергетические параметры вторичного источника электропитания при использовании многофункциональной катушки индуктивности.

A b s t r a c t. The hardware designs for multifunctional use of units in independent sensors were developed in order to downsize the sensors. As shown in the treatise, some downsizing can be provided by the use of the detector coil of sensors' control inductive line as a secondary power supply reactance. The specification of the multifunctional inductive coil as a secondary power supply has also been experimentally quantified.

Ключевые слова: автономные датчики, вторичные источники питания, многофункциональные элементы.

K e y w o r d s: independent sensors, secondary power supply sources, multifunctional elements.

Для некоторых практических приложений информационно-измерительная система может содержать выносные автономные датчики физических величин, управление и съем измерительной информации с которых осуществляется через индуктивную информационноуправляющую линию с интервалом опроса датчиков, составляющим единицы, десятки минут и более. При этом в состав автономного датчика входит не только измерительный преобразователь (чувствительный элемент), но и блок управления, накопления и передачи информации, автономный источник электропитания, состоящий из первичного химического элемента питания и вторичного источника питания, как правило, построенного на базе повышающего или понижающего преобразователя (стабилизатора) напряжения, решающего задачу обеспечения электропитанием элементов датчика при сборе информации как в промежутки между, так и непосредственно в моменты информационных опросов системы.

Требования по сокращению габаритных размеров автономных датчиков для современных информационно-измерительных систем не могут в ряде случаев быть удовлетворены традиционными конструктивными и технологическими приемами, такими как технологии по-

верхностного монтажа, система на кристалле, система в корпусе и др. В наибольшей степени это касается конструкций, содержащих значительное количество пассивных элементов электроники: конденсаторов и дросселей, для которых в текущем состоянии развития техники существуют вполне определенные и конечные удельные электрические характеристики.

В случае, когда исчерпаны традиционные конструктивно-технологические пути сокращения габаритных размеров, могут быть использованы методы, основанные на объединении и соответствующей реконфигурации структурных элементов датчиков, обеспечивающие сокращение габаритных размеров за счет многофункционального использования имеющихся в конструкции элементов.

Аналитические и экспериментальные исследования, проведенные в области расширения функциональных возможностей составных частей автономных датчиков (АД), показали в частности, что решение задачи дистанционного управления (установки) по индуктивной линии и преобразование напряжения одноэлементного первичного источника питания резервного типа могут быть обеспечены за счет использования одной катушки индуктивности в двух функциональных назначениях.

Во-первых, указанное техническое решение использует широко распространенный метод дистанционного управления по индуктивной линии [1], который реализуется за счет наличия в конструкции АД приемной катушки. В процессе дистанционного управления на приемной катушке АД индуцируется управляющее напряжение специальным прибором – установщиком, входящим в состав информационно-измерительной системы. Катушка АД может быть использована для передачи энергии и информации в двух режимах: приеме первичной энергии и информации от установщика и передаче обратной информационной квитанции на установщик от АД.

Во-вторых, катушка индуктивности (дроссель) находит применение в качестве накопителя электрической энергии в процессе преобразования напряжений во вторичных источниках питания (ВИП) автономных систем, в частности, схемах повышающих, понижающих и комбинированных преобразователей напряжения [2, 3].

Разработанное схемотехническое решение (рис. 1) приемной части и повышающего преобразователя напряжения для АД на базе катушки L в 150 витков медного провода индуктивностью около 300 мкГн позволило использовать указанный относительно крупногабаритный элемент (объемом $\approx 0.8 \text{ см}^3$) в двух функциональных назначениях. При этом электронный блок АД, реализующий необходимые функции, совместно с указанной катушкой занимает объем $\approx 2.5 \text{ см}^3$ и работоспособен при использовании первичных батарей и одноэлементных источников как свинцовой, так и литиевой систем (напряжение питания от 1.2 до 15 В и более).

Помимо катушки *L* схема (см. рис. 1) разработанного автономного датчика содержит, как указывалось выше, три основных функциональных модуля: чувствительный элемент (DA2), блок обработки, хранения и передачи информации (микроконтроллер DD2) и автономный источник электропитания.



Рис. 1. Схема датчика

В состав автономного источника электропитания входят первичный элемент питания, обозначенный на схеме GB, и вторичный источник питания, содержащий фильтрующие конденсаторы Скип, Cin, Cout, линейный микромощный стабилизатор – источник опорного напряжения (DA1), управляемый генератор (микросхема DD1 и задающие резистор Rr и конденсатор Cr), компаратор разности напряжений (подвязывающий резистор Rn и управляющий транзистор VT2), выпрямительный диод сборки VD и силовой транзистор VT1.

Управление и контроль АД осуществляются за счет реализации времяимпульсного [4] или комбинированного управления с использованием цифрового кода [5, 6], путем модуляции сигнала несущей частоты индуктивной линии с применением широтно-импульсного или амплитудного закона модуляции с соответствующим энергетическим и информационным содержанием.

Конкретный вид информационно-управляющего сигнала может быть представлен в виде циклограммы, показанной на рис. 2.

Циклограмма управления и приема информации от датчика содержит три этапа.

На первом этапе в датчик через индуктивную линию передается электрическая энергия, необходимая для электропитания схемы датчика при приеме от установщика управляющей информации и передачи на него измерительной информации от датчика, активации при необходимости резервного источника питания датчика и др. Во втором этапе циклограммы на датчик от установщика поступает управляющая информация, кодирование которой может быть обеспечено за счет применения метода широтно-импульсной модуляции так, как это показано на рис. 2,*б*.



б)

Рис. 2. Циклограмма (*a*) управления и приема информации от датчика при установке цифровым кодом (б)

Третий этап циклограммы предназначен для формирования в индуктивную линию ответной информационной квитанции от датчика, содержащей измерительную информацию, информацию о состоянии датчика и др.

Так как отличительным признаком рассматриваемого АД является использование приемной катушки датчика в качестве дросселя преобразователя напряжения, практический интерес в процессе разработки представляло определение коэффициента полезного действия (КПД) преобразователя напряжения. Ввиду того, что микроэлектронные узлы АД, как правило, обладают достаточно малыми токами собственного потребления, находящимися на уровне нескольких десятков и тысяч микроампер, определение КПД преобразователя датчика осуществлялось в указанном диапазоне токов нагрузки.

По данным экспериментальных исследований макета указанного блока АД, коэффициент полезного действия преобразователя напряжения с частотно-импульсным управлением при напряжении питания 1–4 В и токе потребления 0,05...3 мА составляет приблизительно

25...60 % (рис. 3), что несколько ниже, чем у специально разрабатываемых модулей (70...95 % и более).



Рис. 3. Экспериментально полученная зависимость КПД преобразователя напряжения АД с многофункциональной катушкой от тока нагрузки (*I*_H) и напряжения питания (*U*_{Ex})

Приемная часть электронного блока, непосредственно подключаемая к катушке, выполнена таким образом, что дополнительно образует однополупериодный выпрямитель (приемная катушка L, выпрямительный диод VD и конденсаторы $C_{KU\Pi}$ и Cin), обеспечивающий выделение энергетической составляющей сигналов, индуцируемых при установке АД. Обратная квитанция от АД на третьем этапе циклограммы формируется за счет модуляции информационной составляющей скважности и частоты работы преобразователя напряжения, что приводит к изменению магнитного потока вокруг катушки, и следовательно, передача информационной квитанции от датчика осуществляется активным методом [7].

Изменение магнитного потока фиксируется и детектируется установщиком в процессе дистанционного управления, тем самым позволяя обеспечить контроль при передаче информации и произвести оценку работоспособности АД (например, работоспособность преобразователя напряжения, выход на режим первичного источника питания и т.д.) и получить измерительную информацию от датчика.

Теоретический анализ показывает, что катушка АД для специальных систем, дополнительно может выполнять функции обмотки магнитоэлектрического генератора, используемого, например, в качестве первичного источника питания или датчика взаимодействия (контактного датчика) волнового или инерционного принципа действия, неконтактного индукционного датчика («вихревого генератора») [8–10].

Выводы

1. Сокращения габаритных размеров автономных датчиков можно достичь за счет использования приемной катушки индуктивной информационно-управляющей линии датчика в качестве дросселя преобразователя напряжения вторичного источника электропитания.

2. При использовании приемной индуктивной катушки датчика в качестве дросселя преобразователя напряжения коэффициент полезного действия преобразователя составляет приблизительно 25...60 % в диапазоне токов нагрузки от долей до единиц миллиампер.

Список литературы

- 1. Design Requirement for Inductive Setting of Electronic Projective Fuzes. STANAG 4369. CIIIA, 1996.
- Березин, О. К. Источники электропитания радиоэлектронной аппаратуры / О. К. Березин [и др.] – М.: Три Л, 2000. – 398 с.
- Семенов, Б. Ю. Силовая электроника для любителей и профессионалов / Б. Ю. Семенов. М.: СОЛОН-Р, 2001. 327 с.
- Шахмейстер, Л. Е. Цифрочастотные и времяимпульсные преобразователи информации / Л. Е. Шахмейстер. – М.: Изд-во КДУ, 2008. – 252 с.

- Методы передачи информации в автономные управляющие системы / А. В. Федоров [и др.] // Радултовские чтения – 2012 : материалы Третьей Всерос. науч.-техн. конф. (10–12 октября 2012 г.) / под ред. Г. В. Барбашова, И. В. Романова. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т, 2013. – С. 77–81.
- 6. Патент РФ № 2475697 от 20.02.2013. Способ установки и отсчета времени действия дистанционного взрывателя / А. В. Федоров [и др.]. 4 с.
- Федоров, А. В. Информационный контроль автономных систем при дистанционном управлении по индукционной линии / А. В. Федоров // Тр. III науч.-техн. конф. молодых ученых и специалистов ФГУП КБ «Арсенал». «Инновационный потенциал молодежи». КБ «Арсенал». – 2012. – С. 251–256.
- 8. Прикладная электродинамика / Л. С. Егоренков [и др.]. М. : Изд-во физ.-мат. лит., 2004. 268 с.
- 9. Вихревые генераторы взрывательных устройств для зенитных и противокорабельных ракет / Г. А. Сулин [и др.] // Актуальные проблемы развития автономных информационных и управляющих систем. СПб. : Крига, 2002. 360 с.
- 10. Особенности работы сенсорных систем взрывательных устройств в свете современных представлений об ударно-волновых процессах при встрече ракеты с преградой / Л. С. Егоренков [и др.] // Актуальные проблемы развития автономных информационных и управляющих систем. – СПб. : Крига, 2002. – 360 с.

Шахмейстер Леонид Ефимович

доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель генерального директора по НИОКР, Научно-исследовательский институт «Поиск», г. Санкт-Петербург E-mail: lsh43@mail.ru

Трофимов Вадим Юрьевич

кандидат технических наук, научный сотрудник, Научно-исследовательский институт «Поиск», г. Санкт-Петербург E-mail: Trovadji@gmail.com

Shakhmeister Leonid Efimovich

doctor of technical sciences, senior researcher, deputy general director, Research institute «Poisk», St. Petersburg

Trofimov Vadim Yurievich

candidate of technical sciences, scientific employee, Research institute «Poisk», St. Petersburg

УДК 681.2/5 + 621.3

Шахмейстер, Л. Е.

Электропитание малогабаритных автономных датчиков информационно-измерительных систем с индуктивным контуром управления / Л. Е. Шахмейстер, В. Ю. Трофимов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 83–87.

УДК 621.398.67.019.3

Р. Ш. Мусаев, М. А. Фролов, А. С. Баранов

ПОВЫШЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ТЕЛЕМЕТРИИ ПОСРЕДСТВОМ ПРОВЕДЕНИЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО УДАРА

R. Sh. Musaev, M. A. Frolov, A. S. Baranov

RISING OF DURABILITY AND OPERATIONAL CHARACTERISTIC OF TELEMETRY SYSTEM BY MEANS OF CARRYING OUT OF IMITATING MODELING OF MECHANICAL BLOW

Аннотация. Рассмотрено имитационное моделирование системы телеметрии при воздействии механического удара в процессе эксплуатации с применением специализированного расчетного модуля Simulation программного обеспечения SolidWorks. Результаты расчета позволили повысить надежность системы на ранних стадиях проектирования.

A b s t r a c t. Imitating modeling of the telemetry systemat influence of mechanical blowin operation process with application of specialized calculate module Simulation as a part of software SolidWorks is considered. The results of calculation have allowed to raise reliability of the system at early design stages.

Ключевые слова: прочность, надежность, эксплуатационные характеристики, имитационное моделирование, механический удар, система телеметрии, метод конечных элементов, граничные условия, CALS-технологии, SolidWorks Simulation.

K e y w o r d s: durability, reliability, operation characteristic, imitating modeling, mechanical blow, telemetry system, finite element method, boundaries conditions, CALS-technology, SolidWorks Simulation.

Одной из актуальных проблем при проектировании датчико-преобразующей аппаратуры (ДПА), применяемой в ракетно-космической или военной технике, является обеспечение ее надежности. Это обуславливается тем, что она эксплуатируется в особо жестких условиях, испытывая воздействие значительных вибрационных и ударных нагрузок, изменений температуры окружающей среды в широких интервалах и т.д. [1]. Исследование возможностей повышения надежности и улучшения эксплуатационных характеристик ДПА на ранних стадиях проектирования стало достижимым за счет применения систем автоматизированного проектирования (CALS-технологий).

Одной из последних разработок ОАО НИИФИ с применением CALS-технологий является система телеметрии (СТ) (рис. 1), предназначенная для удаленного мониторинга динамических процессов в труднодоступных местах, таких как подвижные части машин и устройств, и применяемая на объектах с высокой степенью опасности для жизни человека при непосредственном измерении (термические и радиоактивные системы). СТ состоит из автономных блоков (АБ), которые предназначены для первичного преобразования физических величин в аналоговую форму сигнала с приведением их к норме в соответствии со шкалой аналого-цифрового преобразователя (АЦП), последующего аналогоцифрового преобразования и сохранения в энергонезависимой памяти [2].



Рис. 1. Макетный образец системы телеметрии

Одним из основных автономных блоков СТ, испытывающих воздействие больших вибрационных нагрузок, имеющим наибольшие габаритные размеры и массу относительно других модулей, является дополнительный аккумуляторный модуль (ДАМ). Большая масса и габаритные размеры могут привести к возникновению различных дефектов при длительном воздействии вибрационной нагрузки в процессе эксплуатации. Учитывая специфику геометрии конструкции ДАМ, в целях обеспечения безопасной работы в жестких условиях эксплуатации необходимо обязательное проведение расчета динамического воздействия механического удара. Рассчитать аналитическими методами динамическое воздействие механического удара на ДАМ – сложная и трудоемкая задача, вследствие чего наиболее эффективным методом расчета признан метод инженерного анализа, а именно численный метод (метод конечных элементов). Такой метод позволяет определить оптимальные конструктивные и схематические параметры будущего изделия.

Для проведения расчета методом конечных элементов проводилось имитационное моделирование воздействия на ДАМ ударных ускорений на раннем этапе разработки с помощью модуля Simulation программного обеспечения SolidWorks [3, 4], отвечающего передовым требованиям современных САПР. Имитационное моделирование позволяет учитывать как статическое, так и динамическое влияние различных внешних воздействующих факторов, таких как давление, температура, скорость, электрический ток и т.д., что позволяет комплексно оценивать работу изделия.

Для проведения имитационного моделирования была создана твердотельная модель (рис. 2,*a*) изготовленного макетного образца ДАМ (рис. 2,*b*), состоящая из корпуса, печатной платы, прокладок, крышек, аккумуляторов, амортизаторов и крепежных винтов. Для проведения расчета, осуществляемого с применением метода конечных элементов на базе модуля Simulation [5], использовались следующие физико-механические характеристики материала: плотность ρ , модуль упругости 2-го рода *E*, предел текучести $\sigma_{\rm B}$ и коэффициент Пуассона μ [6].



Рис. 2. Твердотельная модель ДАМ (а) и макетный образец ДАМ (б)

Получение достоверного результата расчета возможно только в том случае, если граничные условия для моделирования заданы корректно, т.е. идентично условиям реальной работы. Приняты следующие граничные условия, соответствующие реальным условиям работы (рис. 3):

– «жесткая заделка» на резьбе крепежного винта, посредством которой ДАМ устанавливается на реальном объекте;

 воздействие пикового ударного ускорения 4000 м/с² длительностью 5 мс вдоль каждой из трех взаимно перпендикулярных осей координат;

– «распределенная масса» для соответствия массы расчетной модели с массой реального изделия.



Рис. 3. Схема граничных условий

Условие «распределенная масса» необходимо, так как из расчета исключены второстепенные детали, которые из-за сложной формы или малых геометрических размеров увеличивают погрешность и время расчета, но не влияют на точность результатов.

Критерием оценки влияния механического удара на элемент системы телеметрии является условие прочности (1):

$$k = [\sigma] / \sigma_{\max} \ge 1,5, \tag{1}$$

где *k* – коэффициент запаса прочности; σ_{max} – максимальное напряжение, возникающее при воздействии механического удара, МПа; [σ] – предел текучести материала, МПа.

В результате имитационного моделирования воздействия на ДАМ пикового ударного ускорения 4000 м/ c^2 длительностью 5 мс вдоль каждой из трех взаимно перпендикулярных осей координат получены эпюры максимальных напряжений, представленные на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что в элементе системы ДАМ максимальные напряжения, возникающие при воздействии ускорения 4000 м/с² в направлениях вдоль осей X и Y, составляют 448,5 и 462,78 МПа соответственно и возникают на крепежных винтах, изготовленных из материала Сталь 20, предел текучести которого составляет 250 МПа. Следовательно, условие прочности (1) не выполняется, так как k = 250 МПа / 462,78 МПа = $0,54 \ge 1,5$.

Для обеспечения надежной работы при воздействии на ДАМ механического удара материал крепежных винтов был изменен на Сталь 40Х, удовлетворяющий требованиям ТЗ и имеющий близкие физико-механические и химические свойства с материалом Сталь 20, но отличающийся большим пределом текучести, равным 780 МПа.

Для подтверждения работоспособности измененной конструкции ДАМ был проведен подобный расчет методом конечных элементов.

Результаты моделирования, представленные на рис. 5, свидетельствуют о том, что максимальные напряжения на винтах составили 451,06 и 468,48 МПа по оси X и Y соответственно. Данные значения удовлетворяют требованиям надежной работы элемента системы ДАМ, так как коэффициенты запаса прочности k, рассчитанные по направлениям вдоль осей X и Y, составляют 1,73 и 1,66 соответственно и удовлетворяют условию прочности (1). По результатам имитационного моделирования произведена корректировка конструкторской документации в части замены материала винтов. По завершении этапа разработки проводились испытания всех модулей системы СТ, в том числе и модуля ДАМ. Испытания модуля ДАМ показали, что конструкция с замененным материалом винтов удовлетворяет условию надежности изделия. Проведение имитационного моделирования на раннем этапе разработки предотвратило возникновение разрушения крепежных винтов системы во время проведения натурных испытаний системы.





Рис. 4. Эпюра максимальных напряжений при воздействии ускорения 4000 м/с², направленного вдоль оси X(a), оси $Y(\delta)$ и оси Z(a)



Рис. 5. Эпюра максимальных напряжений при воздействии ускорения 4000 м/с², направленного вдоль оси X(a) и оси $Y(\delta)$, с измененным материалом винтов

Используемый в ОАО НИИФИ современный подход к проектированию ДПА с применением CALS-технологий позволяет увеличить качество и надежность разрабатываемой продукции, снизить затраты на проводимые испытания. Проведенный на ранней стадии проектирования расчет конструкции СТ с применением имитационного моделирования позволил значительно повысить надежность макетного образца за счет изменения материала крепежных винтов, а также избежать дополнительных временных и финансовых затрат.

Список литературы

- 1. Трофимов, А. Н. Взаимоиндуктивные датчики перемещений : моногр. / А. Н. Трофимов, А. А. Трофимов. Пенза, 2009. 260 с.
- Плаксин, И. М. Реализация автономной беспроводной перспективной системы телеметрии для широкого спектра применения / И. М. Плаксин, А. В. Фомичев, Д. Д. Вязьмитинов // Датчики и системы: методы, средства и технологии получения и обработки измерительной информации (Датчики и системы – 2012) : тр. Междунар. науч.-техн. конф. с элементами научной школы для молодых ученых (г. Пенза, 22–26 октября 2012 г.) / под ред. Е. А. Ломтева, А. Г. Дмитриенко. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – С. 188–190.
- 3. Мусаев, Р. Ш. Имитационное моделирование чувствительного элемента тензорезистивного датчика абсолютного давления / Р. Ш. Мусаев, А. А. Трофимов, М. А. Фролов // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2012. № 2. 108 с.
- 4. Алямовский, А. А. COSMOSWorks. Основы расчета конструкций на прочность в среде SolidWorks / А. А. Алямовский. М. : ДМК Пресс, 2011. 784 с.
- Алямовский, А. А. SolidWorks компьютерное моделирование в современной технике / А. А. Алямовский // SolidWorks компьютерное моделирование в современной практике / А. А. Алямовский, А. А. Собачкин, Е. В. Одинцова, А. И. Харитонович, Н. Б. Пономарев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.
- Тихонов, Л. В. Механические свойства металлов и сплавов / Л. В. Тихонов, В. А. Кононенко. – Киев : Наукова Думка, 1986. – 567 с.

Мусаев Руслан Шабанович

кандидат технических наук, начальник научно-исследовательского конструкторского комплекса, Научно-исследовательский институт физических измерений E-mail: polim@mail.ru

Фролов Михаил Алексеевич

аспирант,

начальник научно-исследовательской лаборатории информационных технологий, Научно-исследовательский институт физических измерений, Пензенский государственный университет E-mail: frolov10061987@gmail.com

Баранов Александр Сергеевич

магистрант, инженер-конструктор 3 категории, Научно-исследовательский институт физических измерений, Пензенский государственный университет E-mail:Kamitte11@gmail.com

Musaev Ruslan Shabanovich

candidate of technical sciences, head of the research design complex, Scientific-research Institute of physical measurements

Frolov Mikhail Alekseevich

postgraduate student, head of the research laboratory of information technologies, Scientific-research Institute of physical measurements, Penza State University

Baranov Aleksandr Sergeevich

undergraduate student, engineer 3 categories, Scientific-research Institute of physical measurements, Penza State University

УДК 621.398.67.019.3

Мусаев, Р. Ш.

Повышение прочностных и эксплуатационных характеристик системы телеметрии посредством проведения имитационного моделирования механического удара / Р. Ш. Мусаев, М. А. Фролов, А. С. Баранов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2014. – № 1 (7). – С. 88–92.